



DEVOIR MAISON N° 1 Maths Expertes

Travail personnel — à rendre rédigé sur copie

CALCULATRICE autorisée

À RENDRE LE mercredi 4 novembre

BARÈME 10 pts

Consignes. Devoir à rendre sur copie double. Le soin, la rigueur des justifications et l'orthographe sont évalués. Tout plagiat entraîne la note N.N..

NOTE
/ 10

NOM, PRÉNOM

CLASSE _____

DATE _____

Exercice 1 • Résolution d'équations dans $\mathbb{C}$ (4 pts)

On considère l'équation (E) : $z^4 = -4$ où z est un nombre complexe.

1. Montrer que si le nombre complexe z est solution de l'équation (E) alors les nombres complexes $-z$ et $\bar{z}$ sont aussi solutions de l'équation (E). 1 pt
2. On considère le nombre complexe $z_0 = 1 + i$.
Vérifier que z_0 est solution de l'équation (E). 1 pt
3. Dédurre des deux questions précédentes trois autres solutions de l'équation (E). 1 pt
4. L'équation (E) admet-elle d'autres solutions que celles citées dans les questions 2. et 3. ? 1 pt

Exercice 2 • Forme algébrique d'un nombre complexe (6 pts)

1. En posant $z = a + ib$ avec a et b deux réels, résoudre $z^2 = \bar{z}$. 1 pt
Pour la suite de l'exercice, on notera z_0 la solution dont la partie imaginaire est strictement positive
2. Montrer que $z_0 \times \bar{z}_0 = 1$. 1 pt
3. Donner la forme algébrique de z_0 , z_0^2 et z_0^3 . 1 pt
4. Démontrer que pour tout entier naturel n , $z^{3n} = 1$. 1 pt
5. En déduire la valeur de z^{3n+1} et z^{3n+2} pour tout entier naturel n . 1 pt



6. En déduire la valeur de z_0^{999} et z_0^{1000} .

1 pt

