

Série d'exercices

Corrigés

Classe : Tle STMG

Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Dans une usine produisant 50 000 pièces par jour, on considère que 2 % des pièces sont défectueuses. On prélève une pièce au hasard et on note D l'évènement « la pièce est défectueuse ».

1. Quelle est la probabilité de succès de l'évènement D ?
2. Quelle est la probabilité d'échec de l'évènement D ?
3. Quelle est la nature de cette épreuve ?

Exercice n°2

Dans une société internationale, 4% des 20 000 salariés sont végétariens. On désigne au hasard deux salariés et on note V l'évènement « le salarié est végétarien ». Le nombre d'employés étant très élevé, on peut considérer que la désignation est équivalent à un tirage avec remise.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Comment appelle-t-on ce schéma ?
3. Quelle est la probabilité de désigner deux salariés végétariens ?
4. Quelle est la probabilité de désigner un salarié végétarien et un salarié non végétarien ?

Exercice n°3

Des étudiants jouent avec un jeu de 32 cartes et mettent en place des règles bien précises :

- Si la carte obtenue est un nombre, ils obtiennent 5 points.
- Si la carte obtenue est un roi, une dame ou un valet, ils obtiennent 8 points.
- Si la carte obtenue est un as, ils perdent 10 points.

On désigne par X la variable aléatoire donnant les points de chaque étudiant.

1. Combien y a-t-il d'issues possibles dans cette expérience aléatoire ?
2. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire ?
3. Donner la loi de probabilité de X .

Exercice n°4

Un magasin commercialise des canapés et des tables de salon. Quand un client se présente, il achète au plus un canapé et au plus une table de salon. Une étude a montré que :

- la probabilité pour qu'un client achète un canapé est 0,24 ;
- la probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il a acheté un canapé est 0,25 ;
- la probabilité pour qu'un client achète une table de salon quand il n'achète pas de canapé est 0,1.

On choisit un client au hasard parmi ceux ayant participé à l'étude. On note :

- C l'évènement « le client achète un canapé » et $\bar{C}$ son évènement contraire ;
- T l'évènement « le client achète une table de salon » et $\bar{T}$ son évènement contraire.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que le client achète un canapé et une table de salon.
3. Montrer que la probabilité $p(T)$ est égale à 0,136.
4. Dans ce magasin, le prix moyen d'un canapé est de 1000 € et le prix moyen d'une table de salon est de 300 €. On note la variable aléatoire correspondante à la somme payée par le client. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X .

x_i	0	300	1000	1300
$P(X = x_i)$				

5. Calculer l'espérance de X .

Exercice n°5

Soit l'expérience aléatoire : « On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. » On considère le jeu suivant :

- Si on tire un coeur, on gagne 2 €.
- Si on tire un roi, on gagne 5 €.
- Si on tire une autre carte, on perd 1 €.

On appelle X la variable aléatoire qui, à une carte tirée, associe un gain ou une perte.

1. Déterminer la loi de probabilité de X .
2. Calculer $P(X \geq 5)$ et interpréter le résultat.
3. Calculer l'espérance de X .

Exercice n°6

Antonella prend tous les jours sa voiture pour se rendre au travail. Elle rencontre sur son trajet 3 feux tricolores qui fonctionnent tous les trois de la même manière et de façon indépendante.

Des relevés statistiques ont permis d'établir que pour chaque feu :

- la probabilité qu'il soit vert lorsqu'Antonella s'y présente est égale à 0,6 ;
- La probabilité qu'il soit orange lorsqu'Antonella s'y présente est égale à 0,1 ;
- La probabilité qu'il soit rouge lorsqu'Antonella s'y présente est égale à 0,3.

V désigne l'évènement : « le feu est vert » et $\bar{V}$ l'évènement contraire.

1. Illustrer par un arbre de probabilités l'expérience aléatoire consistant à rencontrer successivement les trois feux.
2. Quelle est la probabilité qu'Antonella rencontre 3 feux verts ?

3. Quelle est la probabilité qu'Antonella rencontre au moins un feu vert ?

La collègue d'Antonella qui fait du covoiturage avec elle lui propose un jeu :

- Si le feu est vert, Antonella gagne 5 euros ;
- Si le feu est rouge, Antonella perd 7 euros.

Soit la variable aléatoire X qui associe la couleur du feu à l'argent gagné ou perdu.

4. Déterminer la loi de probabilité de X .
5. Calculer $P(X \geq 3)$ et interpréter le résultat.
6. Calculer l'espérance de X .

Exercice n°7

Pour fidéliser ses touristes, l'office de tourisme d'une ville propose gratuitement un jeu en deux étapes. La première étape consiste à gratter une carte pour gagner un porte-clefs de la ville et la deuxième étape consiste à gratter une autre carte pour gagner une entrée à la piscine municipale. Ces deux étapes du jeu sont indépendantes.

Le touriste a sept chances sur dix de gagner un porte-clefs de la ville et quatre chances sur dix de gagner une entrée gratuite à la piscine municipale. On définit les événements :

- P : « le touriste gagne un porte-clefs de la ville » ;
- M : « le touriste gagne une entrée gratuite à la piscine municipale ».

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilité que le touriste ne gagne aucun lot.
3. Calculer la probabilité que le touriste remporte au moins un lot.
4. Un porte-clefs coûte 0,80 € à la municipalité et une entrée à la piscine 5,50 €. On note X la variable aléatoire qui à chaque touriste participant associe le coût, en euro, de ses éventuels lots pour la municipalité. Déterminer la loi de probabilité de X .
5. Calculer l'espérance de X . Interpréter le résultat.

Exercice n°8

Un magasin, spécialiste de l'ameublement des chambres, commercialise des lits, des têtes de lit et des dressings. Quand un client se présente, il achète au maximum un lit, au maximum une tête de lit et au maximum un dressing. Une étude a montré que :

- la probabilité qu'un client achète un lit est de 0,22 ;
- la probabilité qu'un client achète une tête de lit quand il a acheté un lit est de 0,37 ;
- la probabilité qu'un client achète une tête de lit quand il n'achète pas de lit est de 0,1 ;
- la probabilité qu'un client achète un dressing quand il a acheté une tête de lit est de 0,28 ;
- la probabilité qu'un client achète un dressing quand il n'achète pas une tête de lit est de 0,43.

On choisit un client au hasard parmi ceux ayant participé à l'étude. On note :

- L l'événement « le client achète un lit » et $\bar{L}$ son événement contraire
- T l'événement « le client achète une tête de lit » et $\bar{T}$ son événement contraire.
- D l'événement « le client achète un dressing » et $\bar{D}$ son événement contraire.

Toutes les probabilités seront données en écriture décimale, arrondies au millième près.

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Calculer la probabilité que le client achète un lit et une tête de lit.
3. Calculer la probabilité que le client achète une tête de lit et un dressing.
4. Dans ce magasin, le prix moyen d'un lit est de 1 000 €, le prix moyen d'une tête de lit est de 300 € et le prix moyen d'un dressing est de 600 €. On note X la variable aléatoire correspondante à la somme payée par le client. Donner la loi de probabilité de X .
5. Calculer l'espérance de X .

Exercice n°9

Sachant que X suit une loi binomiale de paramètres :

$$n = 3 \text{ et } p = \frac{1}{3}.$$

1. Calculer les probabilités :
 - (a) $P(X = 0)$;
 - (b) $P(X = 1)$;
 - (c) $P(X = 2)$.
2. Calculer l'espérance $E(X)$ de la loi X .

Exercice n°10

On effectue, successivement et avec remise, deux tirages d'un jeton dans une urne contenant trois jetons verts et sept jetons rouges. Le succès est l'événement S : « Le jeton est vert. »

1. On pose X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement, associe le nombre de succès.
 - (a) X suit une loi binomiale, déterminer ses paramètres n et p .
 - (b) Donner l'ensemble des valeurs prises par X .
2.
 - (a) Représenter la situation avec un arbre pondéré.
 - (b) Calculer : $P(X = 0)$, $P(X = 1)$ et $P(X = 2)$.
 - (c) Calculer l'espérance $E(X)$ de cette loi.

Exercice n°11

On effectue, successivement et avec remise, deux tirages d'un jeton dans une urne contenant quatre jetons verts et neuf jetons rouges. Le succès est l'événement S :

« Le jeton est vert. »

1. On pose X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement, associe le nombre de succès.

- (a) X suit une loi binomiale, déterminer ses paramètres n et p .
- (b) Donner l'ensemble des valeurs prises par X .
2. (a) Représenter la situation avec un arbre pondéré.
- (b) Calculer : $P(X = 0)$, $P(X = 1)$ et $P(X = 2)$.
- (c) Calculer l'espérance $E(X)$ de cette loi.

Exercice n°12

On effectue, successivement et avec remise, trois tirages d'un jeton dans une urne contenant trois jetons verts et sept jetons rouges. Le succès est l'événement S : « Le jeton est vert ».

- On pose X la variable aléatoire qui, à chaque prélèvement, associe le nombre de succès.
 - X suit une loi binomiale, déterminer ses paramètres n et p .
 - Donner l'ensemble des valeurs prises par X .
- Représenter la situation avec un arbre pondéré.
 - Calculer : $P(X = 0)$, $P(X = 1)$, $P(X = 2)$ et $P(X = 3)$.
 - Calculer l'espérance $E(X)$ de cette loi.

Exercice n°13

On dispose d'un dé, bien équilibré, à six faces. Lors d'un lancer, on appelle succès l'événement « Le dé affiche le 6 » et échec les autres cas. On lance successivement et à deux reprises un tel dé.

- Représenter l'arbre de probabilité.
- Déterminer le nombre de chemins comportant :
 - Aucun succès ;
 - Un seul succès ;
 - Deux succès.
- Compléter : $\binom{\dots}{2} = 1$; $\binom{\dots}{1} = 1$; $\binom{2}{1} = \dots$.

Exercice n°14

Une machine fabrique en grande quantité des gants de protection. 95% des gants sont conformes. On prélève un gant au hasard dans la production journalière, puis on remet la pièce dans la production. On effectue un total de huit prélèvements d'un gant. Calculer la probabilité de l'événement : « Les huit pièces prélevées sont conformes ».

Exercice n°15

$$\binom{9}{2} = 36 ; \binom{9}{3} = 84 ; \binom{9}{4} = 126 ; \binom{9}{5} = 126.$$

- En utilisant les valeurs précédentes, calculer :

$$(a) \binom{10}{3} ; \quad (b) \binom{10}{4} ; \quad (c) \binom{10}{5}.$$

- Quelle est la valeur de $\binom{9}{1}$? $\binom{10}{2}$?

Exercice n°16

On lance 5 fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. On note F la variable aléatoire qui, à chaque expérience ainsi définie, associe le nombre de « Face » obtenus.

- F suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
- Réaliser le triangle de Pascal jusqu'à $n = 5$.
- Calculer $P(F = 3)$. Interpréter ce résultat.
- Calculer la probabilité que le côté « Face » apparaisse au moins trois fois.

Exercice n°17

Le maire d'une ville a décidé de réaliser un référendum sur l'éventuel aménagement d'un parc. Les résultats sont les suivants : 63% pour et 37% contre. On prélève au hasard deux bulletins de vote. Le nombre de participants est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage au hasard et avec remise de deux bulletins de vote. On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de deux bulletins, associe le nombre de bulletins « Pour ».

- Quelle est la loi suivie par X ? Déterminer ses paramètres.
- Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, on ait :
 - Aucun « Pour ».
 - Exactement un « Pour ».
- Déduire de la question 2 la probabilité que, dans un tel prélèvement, on ait au plus un « Pour ».