

Exercice 1 : (8 points)

1 $4x - 2 = 0 \Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$

Le coefficient de x est positif donc le signe de $4x - 2$ est positif sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ et négatif ailleurs.

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$4x - 2$	-	0	+

2 a $(7x + 1)(5 - 4x) = 0 \Leftrightarrow 7x + 1 = 0$ ou $5 - 4x = 0 \Leftrightarrow 7x = -1$ ou $-4x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{7}$ ou $x = \frac{5}{4}.$

Ainsi, $S = \left\{-\frac{1}{7}; \frac{5}{4}\right\}.$

Le coefficient de x est positif donc le signe de $7x + 1$ est positif sur $\left[-\frac{1}{7}; +\infty\right[$ et négatif ailleurs.

Le coefficient de x est négatif donc le signe de $5 - 4x$ est négatif sur $\left[\frac{5}{4}; +\infty\right[$ et positif ailleurs.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{7}$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
$7x + 1$	$-$	0	$+$	$+$
$5 - 4x$	$+$	$+$	0	$-$
$(7x + 1)(5 - 4x)$	$-$	0	$+$	0

b $\left(\frac{1}{2} - x\right)\left(\frac{2}{3}x + 3\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} - x = 0$ ou $\frac{2}{3}x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{3}x = -3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{9}{2}.$

Ainsi, $S = \left\{-\frac{9}{2}; \frac{1}{2}\right\}.$

Le coefficient de x est positif donc le signe de $\frac{2}{3}x + 3$ est positif sur $\left[-\frac{9}{2}; +\infty\right[$ et négatif ailleurs.

Le coefficient de x est négatif donc le signe de $\frac{1}{2} - x$ est négatif sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ et positif ailleurs.

x	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$\frac{1}{2} - x$	+	+	0	-
$\frac{2}{3}x + 3$	-	0	+	+
$\left(\frac{1}{2} - x\right)\left(\frac{2}{3}x + 3\right)$	-	0	+	0

3 On considère la fonction g définie par : $g(x) = \frac{1-x}{3-2x}.$

a $\frac{3}{2}$ est une valeur interdite car $3 - 2x \neq 0$. Ainsi, $D_g = \left]-\infty; \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[.$

b Le coefficient de x est négatif donc le signe de $1 - x$ est négatif sur $[1; +\infty[$ et positif ailleurs.

Le coefficient de x est négatif donc le signe de $3 - 2x$ est négatif sur $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right[$ et positif ailleurs.

x	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$1 - x$		+	0	-
$3 - 2x$		+	+	0
$g(x)$		+	0	-

4 $] -\sqrt{3} ; 0] \cup \left[\frac{\sqrt{2}}{4} ; +\infty \right]$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $A(x) \geq 0$.

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	$+\infty$
$A(x)$		-	+	0	-

5 a $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Le coefficient de x est positif donc le signe de $x - 1$ est positif sur $[1 ; +\infty[$ et négatif ailleurs.

$$2 - 3x = 0 \Leftrightarrow 2 = 3x \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}.$$

Le coefficient de x est négatif donc le signe de $2 - 3x$ est négatif sur $\left[\frac{2}{3} ; +\infty \right]$ et positif ailleurs.

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	1	$+\infty$
$2 - 3x$		+	0	-
$x - 1$		-	-	0
$(2 - 3x)(x - 1)$		-	0	+

b $S = \left] -\infty ; \frac{2}{3} \right] \cup [1 ; +\infty[$ l'ensemble des solutions de l'inéquation $(2 - 3x)(x - 1) \leq 0$.

Exercice 2 : (7 points)

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-6; 7]$ par $f(x) = \frac{3x^2 + 4x}{x^2 + 1}$.

1 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 1} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{4}{2}}{\frac{1}{4} + 1} = \frac{-\frac{5}{4}}{\frac{5}{4}} = -1.$

Ainsi, -1 est l'image de $-\frac{1}{2}$ par la fonction f .

2 Déterminer l'antécédent de 0 par la fonction f revient à résoudre l'équation $f(x) = 0$. Par ailleurs,

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 4x}{x^2 + 1} = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(3x + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -\frac{4}{3}.$$

Ainsi, 0 et $-\frac{4}{3}$ sont les deux antécédents de 0 par la fonction f .

3 $f(x) = 3 \Leftrightarrow \frac{3x^2 + 4x}{x^2 + 1} = 3 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x = 3x^2 + 3 \Leftrightarrow 4x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$. Ainsi, $S = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$.

4 La courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f est tracée ci-dessous.

a Tableau de variation de la fonction f .

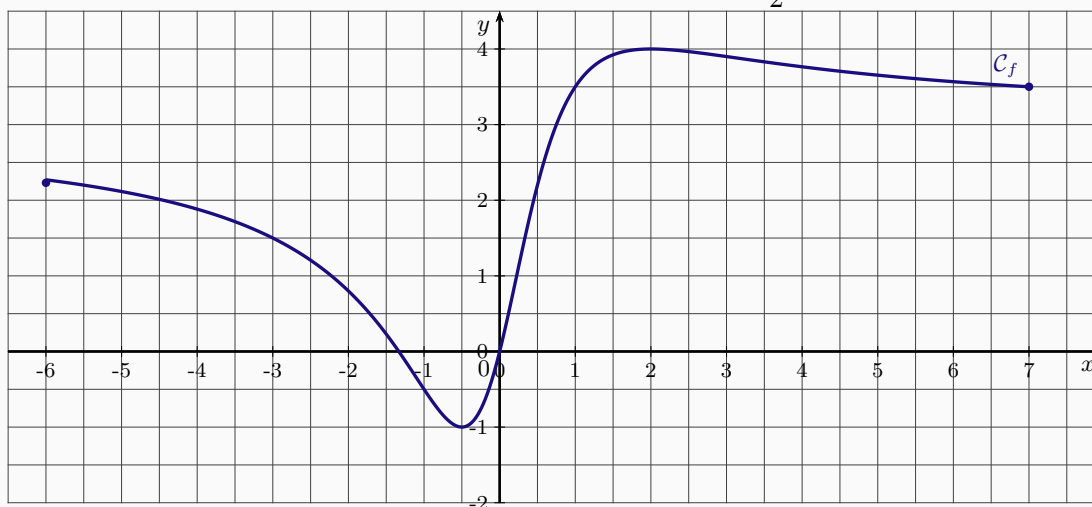
x	-6	-1	2	7
$f(x)$	2.25		4	3.5

b Tableau de signe de la fonction f .

x	-6	$-\frac{4}{3}$	0	7
$f(x)$	+	0	-	+

c) $-\frac{1}{2}$ est la solution de l'équation $f(x) = -1$.

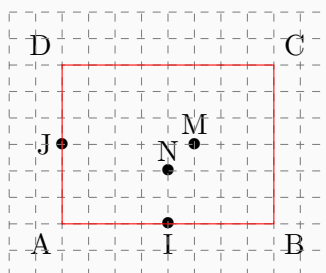
d) $S =]1 ; 7[$ est l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > \frac{7}{2}$.



Exercice 3 : (5 points)

Soit $ABCD$ un rectangle, I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[AD]$, M le point tel que $\overrightarrow{JM} = \frac{5}{8}\overrightarrow{AB}$ et N le point tel que $\overrightarrow{IN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.



1 $A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; B \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; C \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $D \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

2 Voir la figure la figure ci-contre.

3 $I \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}; J \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}; M \begin{pmatrix} \frac{5}{8} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}; N \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}$.

4 $\det(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{CN}) = \begin{vmatrix} -\frac{3}{8} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{2}{3} \end{vmatrix} = -\frac{2}{3} \times (-\frac{3}{8}) - (-\frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{2}) = 0$
Ainsi, C , M et N sont bien alignés.