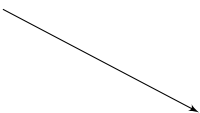


Exercice 1 : (6 points)

- 1 La fonction f définie par l'expression $f(x) = -3x + 1$, est affine.
 -3 est son coefficient directeur. -3 étant négatif, la fonction f est décroissante.
 Ainsi, le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		

- 2 -1 est une valeur interdite car $(x+1)^2 \neq 0$ et donc $x+1 \neq 0$. Ainsi,
 $D_g = \mathbb{R} \subset \{-1\} =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$.
 Déterminer les antécédents de 1 par g revient à résoudre l'équation $g(x) = 1$.
 Pour tout $x \in D_g$,

$$\begin{aligned} \frac{3}{(x+1)^2} = 1 &\Leftrightarrow (x+1)^2 = 3 \\ &\Leftrightarrow x+1 = \sqrt{3} \text{ ou } x+1 = -\sqrt{3} \\ &\Leftrightarrow x = \sqrt{3} - 1 \text{ ou } x = -\sqrt{3} - 1. \end{aligned}$$

Ainsi, $\sqrt{3} - 1$ et $-\sqrt{3} - 1$ sont les deux antécédents de 1 par g .

- 3 Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} |-x-1| = \sqrt{2} &\Leftrightarrow -x-1 = \sqrt{2} \text{ ou } -x-1 = -\sqrt{2} \\ &\Leftrightarrow x = -\sqrt{2} - 1 \text{ ou } x = \sqrt{2} - 1. \end{aligned}$$

Ainsi, $S = \{-\sqrt{2} - 1; \sqrt{2} - 1\}$

- 4 Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} |-3x-1| \geq 3 &\Leftrightarrow -3x-1 \geq 3 \text{ ou } -(-3x-1) \geq 3 \\ &\Leftrightarrow -3x-1 \geq 3 \text{ ou } 3x+1 \geq 3 \\ &\Leftrightarrow -3x \geq 4 \text{ ou } 3x \geq 2 \\ &\Leftrightarrow x \leq \frac{4}{-3} \text{ ou } x \geq \frac{2}{3} \\ &\Leftrightarrow x \in \left] -\infty; \frac{4}{-3} \right] \text{ ou } x \in \left[\frac{2}{3}; +\infty \right[. \end{aligned}$$

Ainsi, $S = \left] -\infty; \frac{4}{-3} \right] \cup \left[\frac{2}{3}; +\infty \right[$.

- 5
$$\begin{aligned} &\begin{matrix} L_1 \\ L_2 \end{matrix} \begin{cases} 2x - 5y = -8 \\ x + 7y = 15 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{matrix} 7L_1 + 5L_2 \\ L_1 - 2L_2 \end{matrix} \begin{cases} 19x = 19 \\ -19y = -38 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} . \\ &\text{Ainsi, } S = \{(1; 2)\} . \end{aligned}$$

Exercice 2 : (3 points)

- 1 Dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère (d) la droite d'équation $-\sqrt{2}x + 4y + 1 = 0$ et (d') la droite d'équation $4x - 8\sqrt{2}y + 3 = 0$.

a $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = \vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d) .

$\vec{u}' \begin{pmatrix} 8\sqrt{2} \\ 4 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (d') .

b $\det(\vec{u}, \vec{u}') = \begin{vmatrix} -4 & 8\sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & 4 \end{vmatrix} = -16 + 16 = 0$. Les vecteurs directeurs sont colinéaires, donc les droites sont parallèles.

- 2 Calculons le coefficient directeur m :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1 - (-3)}{7 - (-1)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}.$$

Calculons p :

$$A \in (d) \Rightarrow y_A = \frac{1}{4}x_A + p \Leftrightarrow -3 = \frac{1}{4} \times (-1) + p \Leftrightarrow p = -\frac{11}{4}.$$

Ainsi, l'équation réduite de (d) est donnée par : $y = \frac{1}{4}x - \frac{11}{4}$.

Exercice 3 : (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4.$$

- 1 Selon la représentation graphique, -2 ; 1 et 2 sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

- 2 Pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} (x-2)(x-1)(x+2) &= (x^2-2^2)(x-1) \\ &= (x^2-4)(x-1) \\ &= x^3 - x^2 - 4x + 4 \\ &= f(x). \end{aligned}$$

- 3 D'après la question précédente, on a :

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-2)(x-1)(x+2) &= 0 \\ \Leftrightarrow x-2=0 \text{ ou } x-1=0 \text{ ou } x+2=0 \\ \Leftrightarrow x=2 \text{ ou } x=1 \text{ ou } x=-2. \end{aligned}$$

Ainsi, $S = \{-2; 1; 2\}$.

- 4 Selon la représentation graphique, $f(-1) = 6$ donc le point $A(-1; 6)$ appartient à la courbe de la fonction f .

- 5 Tableau de signes :

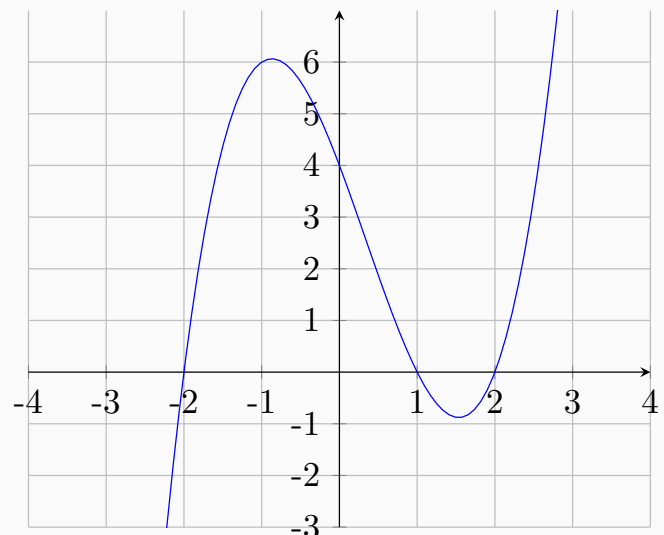
x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$			
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Tableau de variations :

x	$-\infty$	≈ -0.9	≈ 1.5	$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow \approx 6.1$	$\searrow \approx -0.8$	$\nearrow$

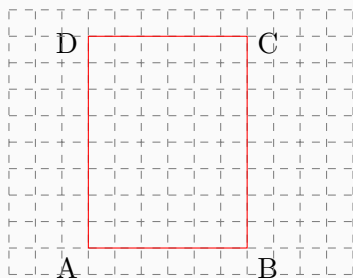
- 6 Selon le graphique :

- a -0.8 a deux antécédents par f .
 b -2 a un seul antécédent par f .
 c 3 a trois antécédents par f .



Exercice 4 : (3 points)

Soit $ABCD$ un rectangle, I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[AD]$, M le point tel que $\overrightarrow{JM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et N le point tel que $\overrightarrow{IN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$.



On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

$$\boxed{1} \quad I \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ 0 \end{array} \right); J \left(\begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{2} \end{array} \right); M \left(\begin{array}{c} \frac{1}{3} \\ \frac{3}{4} \end{array} \right); N \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} \end{array} \right).$$

$$\boxed{2} \quad \det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}) = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0$$

Donc A , M et N sont bien alignés.

$$\det(\overrightarrow{DM}, \overrightarrow{BN}) = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

Les droites (DM) et (BN) sont bien parallèles.