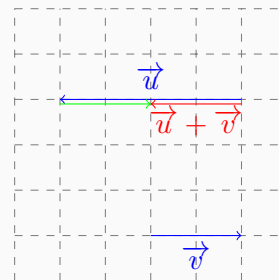
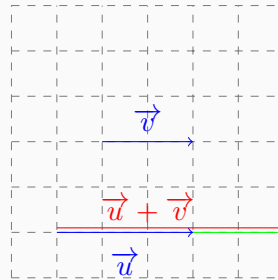
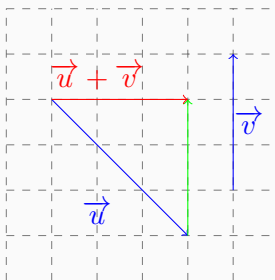
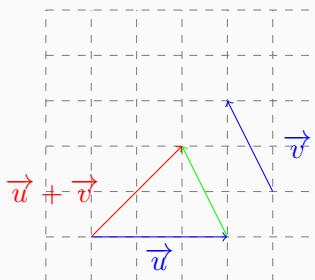
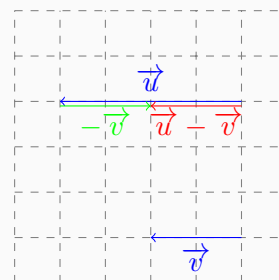
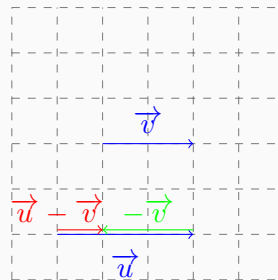
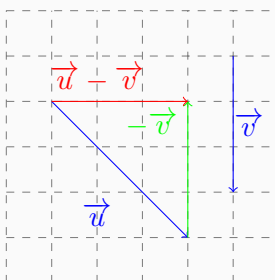
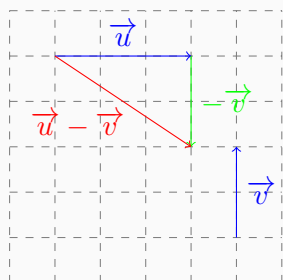


Exercice 1 : (4 points)

- 1 Tracer dans chaque cas $\vec{u} + \vec{v}$.



- 2 Tracer dans chaque cas $\vec{u} - \vec{v}$.

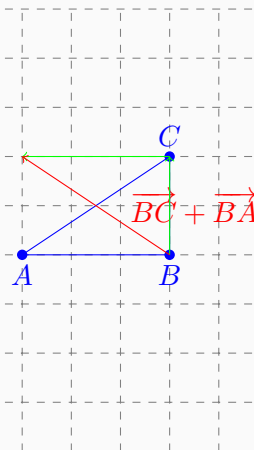
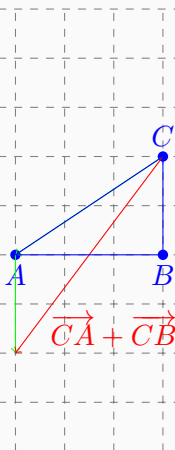
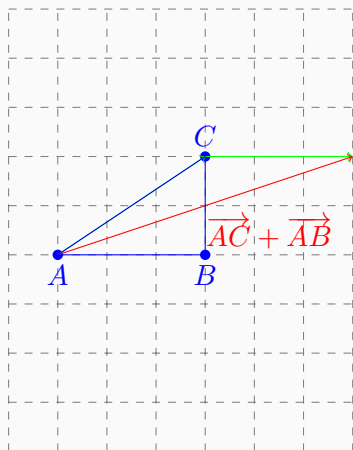


Exercice 2 : (3 points)

En rouge $\vec{AC} + \vec{AB}$.

En rouge $\vec{CA} + \vec{CB}$.

En rouge $\vec{BC} + \vec{BA}$.



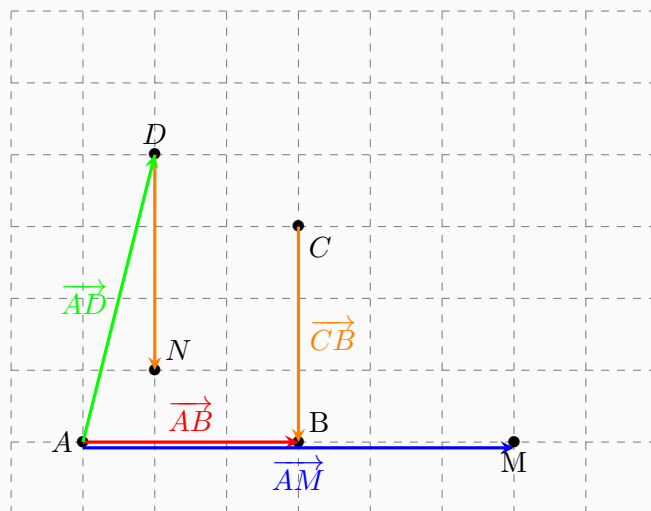
Exercice 3 : (4 points)

A, B, C et D sont quatre points du plan.

- En utilisant la relation de Chasles, on obtient : $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC} + \vec{CB} = \vec{AB} + \vec{AB} = 2\vec{AB}$.
- En utilisant la relation de Chasles, on obtient : $\vec{AN} = \vec{AB} - \vec{AC} + \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{CA} + \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{CD}$.
- En utilisant la relation de Chasles, on obtient : $\vec{NM} = \vec{NA} + \vec{AM} = -\vec{AN} + \vec{AM}$.

Par ailleurs, en utilisant les deux questions précédentes, on obtient :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{NM} &= -(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} \\
 &= -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} \\
 &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} \quad (\text{Relation de Chasles appliquée sur les trois derniers termes.}) \\
 &= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}.
 \end{aligned}$$



- 4 Si $ABDC$ est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
Autrement dit, $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{DB}$. Ce qui revient à dire $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$, soit $\overrightarrow{NM} = \vec{0}$.

Exercice 4 : (4 points)

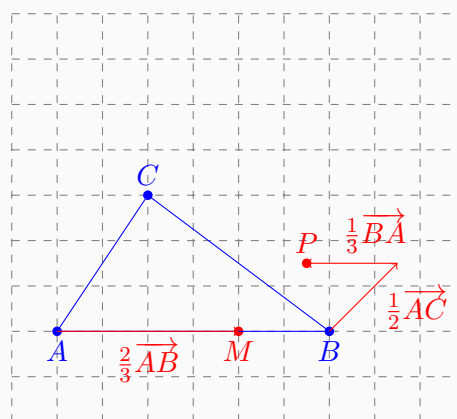
Soient M et P deux points tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$.

- 1 Voir sur la figure les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BP}$.
- 2 Montrer que les droites (MP) et (AC) sont parallèles revient à montrer que les vecteurs $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

En utilisant la relation de Chasles, on obtient :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{MP} &= \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BP} \\
 &= -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} \\
 &= \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \\
 &= \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \\
 &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}
 \end{aligned}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont alors colinéaires. Par conséquent, les droites (MP) et (AC) sont parallèles.



Exercice 5 : (5 points)

Les cinq questions sont indépendantes.

- 1 On peut factoriser, en utilisant la deuxième identité remarquable :
 $x^2 - 4x + 4 = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2 = (x - 2)^2$.
- 2 En utilisant la deuxième identité remarquable, on obtient :

$$(\sqrt{2}x - 2)^2 = (\sqrt{2}x)^2 - 2 \times \sqrt{2}x \times 2 + 2^2 = 2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4.$$

3 On cherche un encadrement de $2x - 4$.

$$\begin{aligned} x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{7}{2} \right] &\Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq x \leq \frac{7}{2} \\ &\Leftrightarrow 2 \times \frac{3}{2} \leq 2x \leq 2 \times \frac{7}{2} \\ &\Leftrightarrow 3 \leq 2x \leq 7 \\ &\Leftrightarrow 3 - 4 \leq 2x - 4 \leq 7 - 4 \\ &\Leftrightarrow -1 \leq 2x - 4 \leq 3. \end{aligned}$$

4 Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\frac{-2x}{x-1} = x - 1$.

1 est la valeur interdite, en effet, $x - 1 \neq 0$. Sous cette condition :

$$\begin{aligned} \frac{-2x}{x-1} = x - 1 &\Leftrightarrow -2x = (x - 1)^2 \\ &\Leftrightarrow -2x = x^2 - 2x + 1 \\ &\Leftrightarrow 0 = x^2 + 1 \\ &\Leftrightarrow -1 = x^2. \end{aligned}$$

C'est complètement absurde, car le carré d'un nombre réel (x^2) est toujours positif. Cette équation n'admet donc pas de solution dans $\mathbb{R}$.

5 Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $(x + 3)^2 - (x - 3)(x + 3) = 0$.

$$\begin{aligned} (x + 3)^2 - (x - 3)(x + 3) = 0 &\Leftrightarrow (x + 3)(x + 3) - (x - 3)(x + 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x + 3)[(x + 3) - (x - 3)] = 0 \\ &\Leftrightarrow (x + 3)[x + 3 - x + 3] = 0 \\ &\Leftrightarrow 6(x + 3) = 0 \\ &\Leftrightarrow x + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -3. \end{aligned}$$

Ainsi, $S = \{-3\}$.