

Exercice 1 : (5 points)

$$\text{Q1. } 2\sqrt{\frac{2}{27}} \times \sqrt{\frac{3}{8}} = 2\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{27}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}} = 2\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{3\cancel{\sqrt{3}}} \times \frac{\cancel{\sqrt{3}}}{2\cancel{\sqrt{2}}} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Q2. } 7\sqrt{2} - \sqrt{18} - 2\sqrt{32} = 7\sqrt{2} - \sqrt{9 \times 2} - 2\sqrt{16 \times 2} = 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2 \times 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2 \times 4\sqrt{2} = -4\sqrt{2}.$$

Q3. En utilisant la troisième identité remarquable, on obtient :

$$\begin{aligned} (x+1)^2 - (x-1)^2 &= 0 \Leftrightarrow (x+1 - (x-1))(x+1 + x-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow (\cancel{x} + 1 - \cancel{x} + 1)(x + \cancel{1} + x - \cancel{1}) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2(2x) = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0. \end{aligned}$$

Ainsi, $S = \{0\}$.

Q4. Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les deux points $C(1; 0,5)$, $D(3; -2,5)$.

$$\begin{aligned} CD &= \sqrt{(y_D - y_C)^2 + (x_D - x_C)^2} \\ &= \sqrt{(3 - 1)^2 + (0,5 - (-2,5))^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{4 + 9} \\ &= \sqrt{13}. \end{aligned}$$

Q5. Les coordonnées du point J , le milieu de $[CD]$, sont :

$$\begin{aligned} J\left(\frac{x_C + x_D}{2}; \frac{y_C + y_D}{2}\right) &\Leftrightarrow J\left(\frac{1 + 3}{2}; \frac{0,5 + (-2,5)}{2}\right) \\ &\Leftrightarrow J(2; -1). \end{aligned}$$

Exercice 2 : (6 points)

On considère l'expression :

$$E = (x-3)^2 - (x-1)(x-2).$$

- 1 a En appliquant la seconde identité remarquable sur le premier terme et en utilisant la double distributivité sur le deuxième terme de E , on obtient :

$$\begin{aligned} E &= (x-3)^2 - (x-1)(x-2) \\ &= x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 2x - x + 2) \\ &= x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 3x + 2) \\ &= \cancel{x^2} - 6x + 9 - \cancel{x^2} + 3x - 2 \\ &= -3x + 7. \end{aligned}$$

- b On remarque que :

$$999\,997^2 - 999\,999 \times 999\,998 = (1\,000\,000 - 3)^2 - (1\,000\,000 - 1)(1\,000\,000 - 2).$$

En utilisant le résultat de la première question, on obtient :

$$999\,997^2 - 999\,999 \times 999\,998 = -3 \times 1\,000\,000 + 7 = -2\,999\,993.$$

2 On donne l'expression algébrique suivante :

$$D = (3x + 1)(4x - 10) - (2x - 5)^2.$$

- (a) En appliquant la seconde identité remarquable sur le second terme et en utilisant la double distributivité sur le premier terme de D , on obtient :

$$\begin{aligned} D &= (3x + 1)(4x - 10) - (2x - 5)^2 \\ &= 12x^2 - 30x + 4x - 10 - ((2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2) \\ &= 12x^2 - 26x - 10 - (4x^2 - 20x + 25) \\ &= 12x^2 - 26x - 10 - 4x^2 + 20x - 25 \\ &= 8x^2 - 6x - 35. \end{aligned}$$

- (b) Lorsque $x = \frac{5}{2}$,

$$\begin{aligned} D &= \left(3 \times \frac{5}{2} + 1\right) \left(4 \times \frac{5}{2} - 10\right) - \left(2 \times \frac{5}{2} - 5\right)^2 \\ &= \left(3 \times \frac{5}{2} + 1\right) (10 - 10) - (5 - 5)^2 \\ &= 0. \end{aligned}$$

- (c) On sait que : $4x - 10 = 2(2x - 5)$. Ainsi,

$$\begin{aligned} D &= (3x + 1)(4x - 10) - (2x - 5)^2 \\ &= (3x + 1)[2(2x - 5)] - (2x - 5)(2x - 5) \\ &= (2x - 5)(2(3x + 1) - (2x - 5)) \\ &= (2x - 5)(6x + 2 - 2x + 5) \\ &= (2x - 5)(4x + 7). \end{aligned}$$

- (d) Pour résoudre l'équation $D = 0$, il suffit d'utiliser l'expression factorisée de D . Ainsi,

$$\begin{aligned} D = 0 &\Leftrightarrow (2x - 5)(4x + 7) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x - 5 = 0 \text{ ou } 4x + 7 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x = 5 \text{ ou } 4x = -7 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \text{ ou } x = -\frac{7}{4}. \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi, } S = \left\{ \frac{5}{2} ; -\frac{7}{4} \right\}.$$

Exercice 3 : (6 points)

1 $\sqrt{3} - 2x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} = 2x \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

$$\text{Ainsi, } S = \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}.$$

2 $5x - 8 = 7x + 3 \Leftrightarrow 5x - 7x = 3 + 8 \Leftrightarrow -2x = 11 \Leftrightarrow x = -\frac{11}{2}.$

$$\text{Ainsi, } S = \left\{ -\frac{11}{2} \right\}.$$

3 $3x - 5 = \frac{1}{3}x \Leftrightarrow 3x \times \frac{3}{3} - \frac{1}{3}x = 5 \Leftrightarrow \frac{8}{3}x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{\frac{8}{3}} = 5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{8}.$

Ainsi, $S = \left\{ \frac{15}{8} \right\}$.

4 $\frac{2x+1}{3x-1} = 1$.

$\frac{1}{3}$ est la valeur interdite. En effet, il faut que $3x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{3}$.

Sous cette condition,

$$\frac{2x+1}{3x-1} = 1 \Leftrightarrow 2x+1 = 3x-1 \Leftrightarrow 2x-3x = -1-1 \Leftrightarrow -x = -2 \Leftrightarrow x = 2.$$

Ainsi, $S = \{2\}$.

5 $\frac{x^2-9}{3x} = 0$.

0 est la valeur interdite. En effet, il faut $3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Sous cette condition,

$$\frac{(x-1)^2-9}{3x} = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2-3^2 = 0 \Leftrightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Leftrightarrow x-4 = 0 \text{ ou } x+2 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = -2.$$

Ainsi, $S = \{-2; 4\}$.

6 $(4x^2-9) - 2(2x-3) + x(2x-3) = 0$
 $\Leftrightarrow (2x-3)(2x+3) - 2(2x-3) + x(2x-3) = 0$
 $\Leftrightarrow (2x-3)[(2x+3) - 2 + x] = 0$
 $\Leftrightarrow (2x-3)[3x+1] = 0$
 $\Leftrightarrow 2x-3 = 0 \text{ ou } 3x+1 = 0$
 $\Leftrightarrow 2x = 3 \text{ ou } 3x = -1$
 $\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ ou } x = -\frac{1}{3}$.
Ainsi, $S = \left\{ \frac{3}{2}; -\frac{1}{3} \right\}$.

Exercice 3 : (3 points)

1 Le programme suivant affiche 11. En effet, $3 \times 2 + 5 = 11$.

```
1 a=2
2 b=3*a+5
3 print(b)
```

2 Le programme suivant affiche -408.

En effet, la ligne 3 du programme donne : $3 \times 5 + 2 \times 12 = 15 + 24 = 39$ et la ligne 4, donne : $5 \times 12 - 12 \times 39 = -408$.

```
1 x=5
2 y=12
3 x=3*x+2*y
4 y=5*y-12*x
5 print(y)
```