Corrigé : Devoir Surveillé n° 1
Seconde

Barème 20 **pts**

Exercice 1 • Ensembles de nombres (3 pts)

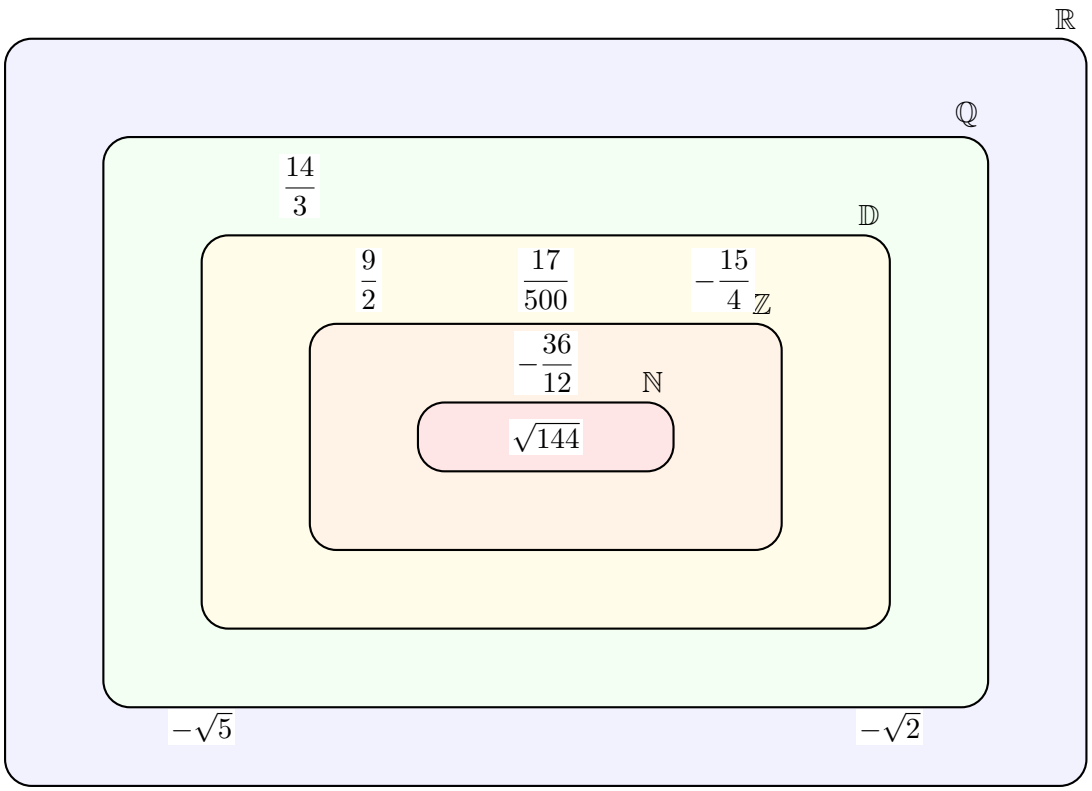
Complétons les pointillés par $\in$, $\notin$, $\subset$ ou $\not\subset$:

1. $-\sqrt{49} = -7 \in \mathbb{Z}$, mais ce n'est pas un entier naturel donc $-\sqrt{49} \notin \mathbb{N}$.
2. $\dfrac{15}{6} = \dfrac{5}{2} = 2,5 = \dfrac{25}{10^1}$, donc c'est un nombre décimal : $\dfrac{15}{6} \in \mathbb{D}$.
3. $\mathbb{Z}$ est inclus dans $\mathbb{Q}$: $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
4. $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{R}$: $\mathbb{N} \subset \mathbb{R}$.
5. $\dfrac{-7}{3}$ est un quotient de deux entiers, c'est un nombre rationnel : $\dfrac{-7}{3} \in \mathbb{Q}$.
6. $0,414141\ldots$ est un nombre décimal périodique, c'est un nombre rationnel : $0,414141\cdots \in \mathbb{Q}$.
7. $-2,555555$ a un nombre fini de décimales (c'est l'écriture d'un nombre décimal strict), donc $-2,555555 \in \mathbb{D}$.
8. $\sqrt{13}$ n'est pas le carré d'un nombre rationnel, c'est un nombre irrationnel : $\sqrt{13} \notin \mathbb{Q}$.
9. $\mathbb{D}$ n'est pas inclus dans $\mathbb{Z}$ (par exemple $0,5 \in \mathbb{D}$ mais $0,5 \notin \mathbb{Z}$) : $\mathbb{D} \not\subset \mathbb{Z}$.
10. $\dfrac{1}{8} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{125}{1000} = 0,125 \in \mathbb{D}$.
11. $\dfrac{63}{-9} = -7 \in \mathbb{Z}$.
12. $3\sqrt{25} = 3 \times 5 = 15 \in \mathbb{N}$.

Exercice 2 • Ensembles de nombres (2,5 pts)

Rappel des emboîtements : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. Analysons chaque nombre :

- $\sqrt{144} = 12 \in \mathbb{N}$ (donc aussi dans $\mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$).
- $\dfrac{9}{2} = 4,5 \in \mathbb{D}$ (donc dans $\mathbb{Q}, \mathbb{R}$).
- $\dfrac{17}{500} = \dfrac{34}{1000} = 0,034 \in \mathbb{D}$ (donc dans $\mathbb{Q}, \mathbb{R}$).
- $-\dfrac{15}{4} = -3,75 \in \mathbb{D}$ (donc dans $\mathbb{Q}, \mathbb{R}$).
- $-\sqrt{5}$ est irrationnel : $-\sqrt{5} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.
- $-\sqrt{2}$ est irrationnel : $-\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.
- $-\dfrac{36}{12} = -3 \in \mathbb{Z}$ (donc dans $\mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$).
- $\dfrac{14}{3} = 4,666\ldots$ est rationnel non décimal : $\dfrac{14}{3} \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{D}$.



Exercice 3 • Racine carrée (6 pts)

1. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$:

(a)

$$\begin{aligned}\sqrt{54}-\sqrt{24} &= \sqrt{9\times 6}-\sqrt{4\times 6}\\ &= \sqrt{9}\times\sqrt{6}-\sqrt{4}\times\sqrt{6}\\ &= 3\sqrt{6}-2\sqrt{6}\\ &= \boldsymbol{\sqrt{6}}.\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}5\sqrt{3}-2\sqrt{27}+4\sqrt{75} &= 5\sqrt{3}-2\sqrt{9\times 3}+4\sqrt{25\times 3}\\ &= 5\sqrt{3}-2\sqrt{9}\times\sqrt{3}+4\sqrt{25}\times\sqrt{3}\\ &= 5\sqrt{3}-2\times 3\sqrt{3}+4\times 5\sqrt{3}\\ &= 5\sqrt{3}-6\sqrt{3}+20\sqrt{3}\\ &= \boldsymbol{19\sqrt{3}}.\end{aligned}$$

2. Écrire sans racine au dénominateur les nombres suivants :

(a)

$$\begin{aligned}\frac{5}{\sqrt{11}} &= \frac{5\times\sqrt{11}}{\sqrt{11}\times\sqrt{11}}\\ &= \boldsymbol{\frac{5\sqrt{11}}{11}}.\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} &= \frac{-\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}\\ &= \frac{-\sqrt{10}-2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}\\ &= \frac{-\sqrt{10}-2}{5-2}\\ &= \frac{\mathbf{-2-\sqrt{10}}}{\mathbf{3}}.\end{aligned}$$

Exercice 4 • Nombres rationnels (4,5 pts)

▶ **Calcul de A :**

$$\begin{aligned}A &= -\frac{4}{3}+\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}\\ &= -\frac{4}{3}+\frac{24}{36}\\ &= -\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\\ &= \frac{-4+2}{3}\\ &= -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}.\end{aligned}$$

▶ **Calcul de B :**

$$\begin{aligned}B &= \frac{35}{18}\times\left(\frac{3}{14}+\frac{1}{7}\right)\\ &= \frac{35}{18}\times\left(\frac{3}{14}+\frac{2}{14}\right)\\ &= \frac{35}{18}\times\frac{5}{14}\\ &= \frac{7\times5\times5}{2\times9\times7\times2}\\ &= \frac{\mathbf{25}}{\mathbf{36}}.\end{aligned}$$

▶ **Calcul de C :**

$$\begin{aligned}
C &= \frac{\frac{2}{5}-\frac{1}{2}}{\frac{3}{5}+\frac{1}{4}} \\
&= \left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{3}{5}+\frac{1}{4}\right) \\
&= \left(\frac{4}{10}-\frac{5}{10}\right) \div \left(\frac{12}{20}+\frac{5}{20}\right) \\
&= -\frac{1}{10} \div \frac{17}{20} \\
&= -\frac{1}{10} \times \frac{20}{17} \\
&= -\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{17}}.
\end{aligned}$$

Exercice 5 • Puissance d'un nombre relatif (2 pts)

Exprimons avec une seule puissance de 10 :

$$\frac{10^{-15} \times \left(10^{-3}\right)^{-4}}{10^{-18}}$$

Utilisons les règles des puissances ($(10^a)^b = 10^{a\times b}$ et $\frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$).

$$\begin{aligned}
\frac{10^{-15} \times \left(10^{-3}\right)^{-4}}{10^{-18}} &= \frac{10^{-15} \times 10^{-3\times(-4)}}{10^{-18}} \\
&= \frac{10^{-15} \times 10^{12}}{10^{-18}} \\
&= \frac{10^{-15+12}}{10^{-18}} \\
&= \frac{10^{-3}}{10^{-18}} \\
&= 10^{-3-(-18)} \\
&= \mathbf{10^{15}}.
\end{aligned}$$

Exercice 6 • Arithmétique (2 pts)

Écrivons le nombre sous sa forme décimale positionnelle :

$$\overline{xyxyxy} = x \times 10^5 + y \times 10^4 + x \times 10^3 + y \times 10^2 + x \times 10^1 + y \times 10^0$$

Regroupons les termes en x et en y :

$$\begin{aligned}
\overline{xyxyxy} &= x(10^5 + 10^3 + 10) + y(10^4 + 10^2 + 1) \\
&= x(100000 + 1000 + 10) + y(10000 + 100 + 1) \\
&= x(101010) + y(10101) \\
&= 10101(10x + y).
\end{aligned}$$

Ainsi, $\overline{xyxyxy}$ est bel et bien un multiple de 10 101.