

Corrigé : Devoir Maison n°5

Exercice 1 : (4 points)

1. Soit A et B deux points d'un plan. On nomme I le milieu sur segment $[AB]$.

(a) I le milieu sur segment $[AB]$, donc $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

(b) Soit M un point du plan. En utilisant la relation de Chasles, on obtient :

$$\begin{aligned} 0,5(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) &= 0,5(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) \\ &= \overrightarrow{MI} + 0,5(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) \\ &= \overrightarrow{MI} + 0,5 \times \vec{0} \\ &= \overrightarrow{MI}. \end{aligned}$$

2. ABC est un triangle et A' , B' , C' sont les milieux respectifs des côtés $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$.

(a) D'après la question précédente :

A' est le milieu de $[BC]$, donc $\overrightarrow{AA'} = 0,5(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$;

B' est le milieu de $[AC]$, donc $\overrightarrow{BB'} = 0,5(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC})$;

C' est le milieu de $[AB]$, donc $\overrightarrow{CC'} = 0,5(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB})$.

(b) En utilisant la relation de Chasles et la question précédente, on obtient :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} &= 0,5(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + 0,5(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) + 0,5(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}) \\ &= 0,5(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}) + 0,5(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}) + 0,5(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB}) \\ &= \vec{0}. \end{aligned}$$

Exercice 2 : (4 points)

Le cinéma le Bijou de Noisy le Grand propose une carte d'abonnement annuelle à 15 € et la séance coûte alors 6,40 € au lieu de 9 €. Sara hésite à s'abonner.

Soit x le nombre de séances.

Avec l'abonnement x séances coûtent, $6,4x + 15$ euros.

Sans abonnement x séances coûtent, $9x$ euros.

Dire que l'abonnement est intéressant revient à dire que $6,4x + 15 < 9x$. Résolvant cette inéquation.

$$\begin{aligned} 6,4x + 15 < 9x &\Leftrightarrow 15 < 9x - 6,4x \\ &\Leftrightarrow 15 < 2,6x \\ &\Leftrightarrow \frac{15}{2,6} < x \\ &\Leftrightarrow 5,7 < x. \end{aligned}$$

Ainsi, à partir de 6 séances l'abonnement est utile et donc intéressant.

► Exercice 3 : (2 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par,

$$f(x) = |2x - 3| - |4x - \sqrt{2}|.$$

$$f(0) = |2 \times 0 - 3| - |4 \times 0 - \sqrt{2}| = |-3| - |-\sqrt{2}| = 3 - \sqrt{2}.$$

$$f(-2) = |2 \times (-2) - 3| - |4 \times (-2) - \sqrt{2}| = |-4 - 3| - |-8 - \sqrt{2}| = 7 - (8 + \sqrt{2}) = -1 - \sqrt{2}.$$

