Corrigé : Devoir maison n° 1
Seconde

Barème 10 **pts**

Exercice 1 • Nombres rationnels (3 pts)

1. On effectue les calculs de lintérieur vers lextérieur : 1,5 **pts**

$$
\begin{aligned}
A &= 1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\frac{1}{3}}}}} \\
&= 1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{\frac{10}{3}}}}} \\
&= 1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\frac{3}{10}}}} \\
&= 1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{\frac{33}{10}}}} \\
&= 1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{3+\frac{10}{33}}} \\
&= 1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{\frac{109}{33}}} \\
&= 1+\cfrac{1}{3+\frac{33}{109}} \\
&= 1+\cfrac{1}{\frac{360}{109}} \\
&= 1+\frac{109}{360} \\
&= \frac{360}{360}+\frac{109}{360}.
\end{aligned}
$$

Ainsi, $A = \dfrac{469}{360}$.

2. On applique les priorités opératoires et on cherche un dénominateur commun : 1,5 pts

$$\begin{aligned}
B &= \frac{\frac{5}{3} - \frac{4}{9}}{\frac{7}{6} - \frac{1}{4}} \\
&= \left(\frac{5}{3} - \frac{4}{9}\right) \div \left(\frac{7}{6} - \frac{1}{4}\right) \\
&= \left(\frac{5 \times 3}{3 \times 3} - \frac{4}{9}\right) \div \left(\frac{7 \times 2}{6 \times 2} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3}\right) \\
&= \left(\frac{15}{9} - \frac{4}{9}\right) \div \left(\frac{14}{12} - \frac{3}{12}\right) \\
&= \frac{11}{9} \div \frac{11}{12} \\
&= \frac{11}{9} \times \frac{12}{11} \\
&= \frac{12}{9} \\
&= \frac{4}{3}.
\end{aligned}$$

Exercice 2 • Arithmétiques (3 pts)

On considère $E = n^2 + n + 11$ où n est un entier naturel.

1. Calcul de E pour différentes valeurs de n. 1,5 pts

- Pour $n = 2$:

$$E = 2^2 + 2 + 11 = 4 + 2 + 11 = 17.$$

Et 17 est un nombre premier.

- Pour $n = 6$:

$$E = 6^2 + 6 + 11 = 36 + 6 + 11 = 53.$$

Et 53 est un nombre premier.

- Pour $n = 13$:

$$E = 13^2 + 13 + 11 = 169 + 13 + 11 = 193.$$

Et 193 est un nombre premier.

2. Pour prouver que la proposition n'est pas vraie, il suffit de trouver une valeur de n pour laquelle E n'est **pas** premier. 1,5 pts

Prenons par exemple $n = 17$:

$$E = 17^2 + 17 + 11 = 289 + 17 + 11 = 317.$$

On vérifie que $317 = 19 \times 17$, donc 317 n'est pas premier.
En conséquence, la proposition est **fausse**, car il existe des entiers n pour lesquels $n^2 + n + 11$ n'est pas un nombre premier.

Exercice 3 • Calcul littéral (4 pts)

1. $x(x+2)$ est un dénominateur commun. Ainsi, **2 pts**

$$\begin{aligned} A(x) &= \frac{8}{x} + \frac{x}{x+2} \\ &= \frac{8(x+2)}{x(x+2)} + \frac{x \times x}{x(x+2)} \\ &= \frac{8(x+2) + x^2}{x(x+2)} \\ &= \frac{x^2 + 8x + 16}{x(x+2)} \\ &= \frac{(x+4)^2}{x(x+2)}. \end{aligned}$$

2. $(x+2)^2$ est un dénoménateur commun. Ainsi, **2 pts**

$$\begin{aligned} B(x) &= 1 - \frac{4}{(x+2)^2} \\ &= \frac{(x+2)^2}{(x+2)^2} - \frac{4}{(x+2)^2} \\ &= \frac{(x+2)^2 - 4}{(x+2)^2} \\ &= \frac{(x+2)^2 - 2^2}{(x+2)^2} \\ &= \frac{x(x+4)}{(x+2)^2}. \end{aligned}$$