

Exercice n°1

$$1. \vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} = 5\vec{i} + 7\vec{j}$$

$$2. \vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} = -4\vec{i} + 6\vec{j}$$

$$3. \vec{u} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \sqrt{5} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} = -\frac{3}{2}\vec{i} + \sqrt{5}\vec{j}$$

$$4. \vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} = -3\vec{j}$$

Exercice n°2

$$\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ 13 \end{pmatrix} \quad 2\vec{u} - 3\vec{v} \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Exercice n°3

$$\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}; \vec{u} - \vec{v} \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{u} + \vec{v} + \vec{w} \begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ \frac{5}{4} \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{2}\vec{u} + \vec{w} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} \end{pmatrix}; 3\vec{u} - 2\vec{v} \begin{pmatrix} -14 \\ 1 \end{pmatrix}; 4\vec{w} -$$

$$\frac{1}{2}\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

Exercice n°4

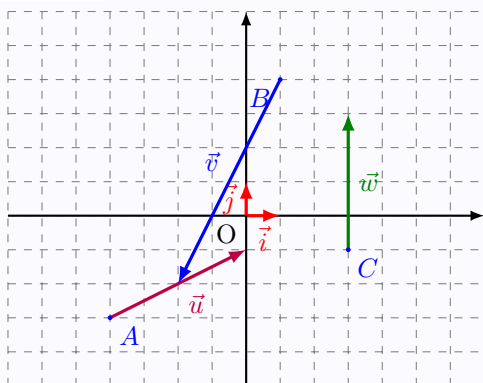
$$\vec{u} \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \end{pmatrix}; \vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}; \vec{w} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}; \vec{t} \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Exercice n°5

Sachant que le plan est muni d'une base orthonormée, calculer la norme de $\vec{u}$ dans les cas suivants :

$$a) \vec{u} \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} \quad b) \vec{u} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ 3 \end{pmatrix} \quad c) \vec{u} \begin{pmatrix} \frac{3}{4} \\ -1 \end{pmatrix}$$

Exercice n°6



Exercice n°7

$$a) \|\vec{u}\| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10.$$

$$b) \|\vec{u}\| = \sqrt{(-\sqrt{2})^2 + 3^2} = \sqrt{2+9} = \sqrt{11}.$$

$$c) \|\vec{u}\| = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + (-1)^2} = \sqrt{\frac{9}{16} + 1} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}.$$

Exercice n°8

$$a) \det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ -1 & -4 \end{vmatrix} = 2 \times (-4) - (-1) \times 8 = 0,$$

donc les deux vecteurs sont colinéaires.

$$b) \det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{2}{3} \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \times 4 - 3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = 0,$$

donc les deux vecteurs sont colinéaires.

$$c) \det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = -1 \times 4 - 0 \times 3 = -4 \neq 0,$$

donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

$$d) \det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} \sqrt{3} & 3 \\ -1 & \sqrt{3} \end{vmatrix} = \sqrt{3} \times \sqrt{3} - (-1) \times 3 = 6,$$

donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

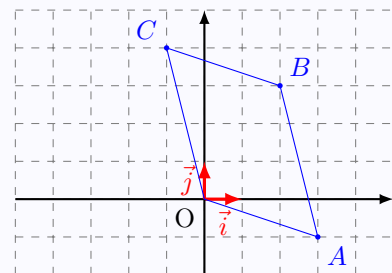
$$e) \det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} \sqrt{2} & -3 \\ -2 & 3\sqrt{2} \end{vmatrix} = \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} - (-2) \times (-3) = 0,$$

donc les deux vecteurs sont colinéaires.

$$f) \det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} \sqrt{3}-2 & 1 \\ 1 & \sqrt{3}+2 \end{vmatrix} = (\sqrt{3}-2) \times (\sqrt{3}+2) - 1 \times 1 = (\sqrt{3})^2 - 2^2 - 1 = 3 - 4 - 1 = -2 \neq 0,$$

donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

Exercice n°9



$$1. \vec{OA} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{OB} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{OC} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix},$$

$$\vec{AC} \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{CB} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

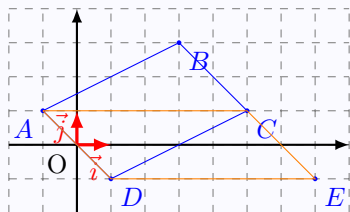
3. $\vec{OA}$ et $\vec{CB}$ ont les mêmes coordonnées, ils sont donc égaux. On peut en déduire que $OABC$ est un parallélogramme.

Exercice n°10

- a) $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ b) $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$
 c) $\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ d) $3\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix}$
 e) $-2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -20 \\ 4 \end{pmatrix}$
 f) $2\overrightarrow{DB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} \frac{13}{2} \\ -\frac{19}{2} \end{pmatrix}$

Exercice n°11

- a) Dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ci-dessous, placer les points $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $C \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.



- b) $ABCD$ parallélogramme

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x_D + 1 \\ y_D - 1 \end{pmatrix} = \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 1 = 2 \\ y_D - 1 = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = -1 \end{cases}.$$

- c) $ADEC$ parallélogramme

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{CE} \begin{pmatrix} x_E - 5 \\ y_E - 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_E - 5 = 2 \\ y_E - 1 = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 7 \\ y_E = -1 \end{cases}.$$

Déterminer les coordonnées du point E tel que $ADEC$ soit un parallélogramme.

Exercice n°12

Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $A \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $C \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$.

$$1. \overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} x_M - 1 \\ y_M - 4 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 1 = 3 \\ y_M - 4 = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 4 \\ y_M = 5 \end{cases}.$$

$$2. N \left(\begin{pmatrix} \frac{x_A + x_C}{2} \\ \frac{y_A + y_C}{2} \end{pmatrix} \right) \Leftrightarrow N \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$3. 2\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} + 3\overrightarrow{CP} \begin{pmatrix} 3(x_P - 4) \\ 3(y_P + 5) \end{pmatrix} = \vec{0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 + 3x_P - 12 = 0 \\ 2 + 3y_P + 15 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x_P = 6 \\ 3y_P = -17 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_P = 2 \\ y_P = -\frac{17}{3} \end{cases}.$$

Exercice n°13

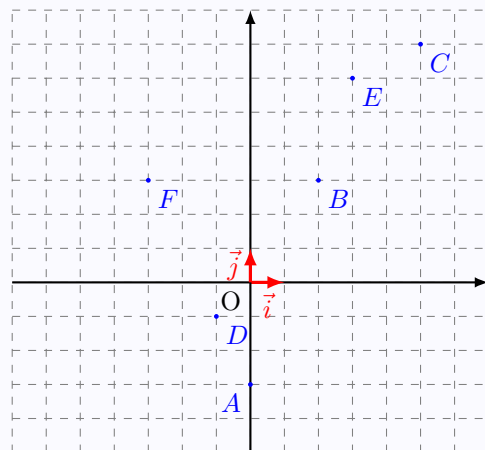
a) $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 4 & 12 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 4 \times 3 - 1 \times 12 = 0$, les points A , B et C sont donc alignés.

b) $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \times 3 - 2 \times \frac{3}{2} = 0$, les points A , B et C sont donc alignés.

c) $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \begin{vmatrix} \frac{9}{2} & 9 \\ -3 & -6 \end{vmatrix} = \frac{9}{2} \times (-6) - (-3) \times 9 = 0$, les points A , B et C sont donc alignés.

Exercice n°14

1. Dans le repère orthonormé ci-dessous, placer les points $A \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $C \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $D \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.



$$\overrightarrow{BE} \begin{pmatrix} x_E - 2 \\ y_E - 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_E - 2 = 1 \\ y_E - 3 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 3 \\ y_E = 6 \end{cases}.$$

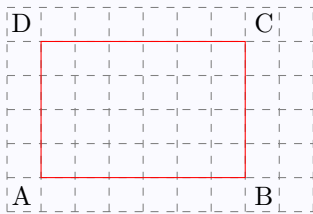
$$\overrightarrow{AF} \begin{pmatrix} x_F \\ y_F + 3 \end{pmatrix} = 3\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_F = -3 \\ y_F + 3 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = -3 \\ y_F = 3 \end{cases}.$$

2. $\det(\overrightarrow{CE}, \overrightarrow{CF}) = \begin{vmatrix} -2 & -8 \\ -1 & -4 \end{vmatrix}$
 $= -2 \times (-4) - (-1) \times (-8) = 0.$
 Ainsi, les points C , E et F sont alignés.
3. $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
 $AB = \sqrt{(2 - 0)^2 + (3 - (-3))^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40}.$
 $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$
 $AC = \sqrt{(5 - 0)^2 + (7 - (-3))^2} = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125}.$
 $BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2}$
 $BD = \sqrt{(-1 - 2)^2 + (-1 - 3)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5.$

Exercice n°15

Soit $ABCD$ un rectangle, I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[AD]$, M le point tel que $\overrightarrow{JM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et N le point tel que $\overrightarrow{IN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$.



On se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$.

1. $I \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \right); J \left(\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right); M \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right); N \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} \end{pmatrix} \right).$

2. $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}) = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0$

Donc A , M et N sont bien alignés.

$\det(\overrightarrow{DM}, \overrightarrow{BN}) = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$

Les droites (DM) et (BN) sont bien parallèles.