

Corrigés

Série d'exercices

Classe : 1re STMG

Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

On considère la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :
 $u_n = 0,5n^2 + 1$.

Calculons les termes u_0 , u_1 , u_2 et u_{100} .

$$u_0 = 0,5 \times 0^2 + 1 = 1.$$

$$u_1 = 0,5 \times 1^2 + 1 = 1,5.$$

$$u_2 = 0,5 \times 2^2 + 1 = 3.$$

$$u_{100} = 0,5 \times 100^2 + 1 = 5\,000 + 1 = 5\,001.$$

Exercice n°2

On considère la suite définie, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par :
 $u_n = 1 + \frac{2}{n}$.

Calculons les termes u_3 , u_4 , u_5 et u_{100} sous forme de fraction irréductible.

$$u_3 = 1 + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}.$$

$$u_4 = 1 + \frac{2}{4} = \frac{4}{4} + \frac{2}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

$$u_5 = 1 + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}.$$

$$u_5 = 1 + \frac{2}{100} = \frac{100}{100} + \frac{2}{100} = \frac{102}{100} = \frac{51}{50}.$$

Exercice n°3

On considère la suite (u_n) de terme initial $u_0 = -3$ définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $u_{n+1} = 2u_n - 5$.

Calculons les termes u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .

$$u_1 = 2u_0 - 5 = 2 \times (-3) - 5 = -6 - 5 = -11.$$

$$u_2 = 2u_1 - 5 = 2 \times (-11) - 5 = -22 - 5 = -27.$$

$$u_3 = 2u_2 - 5 = 2 \times (-27) - 5 = -54 - 5 = -59.$$

$$u_4 = 2u_3 - 5 = 2 \times (-59) - 5 = -118 - 5 = -123.$$

Exercice n°4

On considère la suite (u_n) de terme initial $u_0 = 2$ définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_{n+1} = n + u_n$.

Calculons les termes u_1 , u_2 , u_3 et u_4 .

$$u_1 = 0 + u_0 = 0 + 2 = 2.$$

$$u_2 = 1 + u_1 = 1 + 2 = 3.$$

$$u_3 = 2 + u_2 = 2 + 3 = 5.$$

$$u_4 = 3 + u_3 = 3 + 5 = 8.$$

Exercice n°5

Chaque année, un magazine perd la moitié de ses abonnés mais en gagne 150 nouveaux.

En 2019, ce magazine compte 120 000 abonnés.

On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n le nombre d'abonnés en 2019 + n .

1. $u_0 = 120\,000$ le nombre d'abonnés initial enregistrés en 2019.

2. $u_1 = \frac{120\,000}{2} + 150 = 60\,000 + 150 = 60\,150$.
 u_1 est le nombre d'abonnés en 2020.

3. $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 150$.

4. En utilisant la calculatrice en mode suite et en saisissant l'expression de la suite récurrente ci-après :

nMin=0

u(n)=u(n-1)/2+150

u(0)=120000

On obtient en 2024, autrement dit quand $n = 5$,

$$u_5 = 4\,040,6.$$

Exercice n°6

Une entreprise prévoit d'augmenter sa production chaque mois de 10 %. Elle produit jusqu'à maintenant 2 000 pièces par mois.

On désigne par u_n le nombre de pièces fabriquées dans n mois. Ainsi, par exemple, $u_0 = 2\,000$.

Le coefficient multiplicateur CM correspondant à une hausse de 10% est égal à 1,1. En effet, $CM = 1 + 10\% = 1 + 0,1 = 1,1$. Ainsi,

$$u_1 = 1,1 \times 2000 = 2200.$$

$$u_2 = 1,1 \times u_1 = 1,1 \times 2200 = 2420.$$

$$u_3 = 1,1 \times u_2 = 1,1 \times 2420 = 2662.$$

En utilisant la calculatrice en mode suite, on obtient :
 $u_{10} = 5187,5$.

Exercice n°7

En France, à la fin de l'année 2005, on compte 940 éoliennes. Depuis, chaque année, 500 éoliennes supplémentaires ont été installées. On note, pour tout entier naturel n , u_n le nombre d'éoliennes installées en France à la fin de l'année 2005 + n . On a donc $u_0 = 940$.

1. $u_{n+1} = u_n + 500$. Autrement dit, $u_{n+1} - u_n = 500$. C'est donc une suite arithmétique de raison 500 et de terme initial $u_0 = 940$.

Le terme général de cette suite est donné par l'expression : $u_n = 500n + 940$.

2. En utilisant la calculatrice, on obtient $u_{20} = 19\,940$. Autrement dit, le nombre d'éoliennes estimé en France en 2025 s'élève à 19 940.

Exercice n°8

Le chiffre d'affaire d'une société augmente de 50 000 euros chaque année.

En 2010, le chiffre d'affaire était de 300 000 euros. On désigne par u_n le chiffre d'affaire de la société l'année 2010 + n . Ainsi, on a en 2010, $u_0 = 300\,000$.

$$1. \begin{aligned} u_1 &= u_0 + 50\,000 = 300\,000 + 50\,000 = 350\,000. \\ u_2 &= u_1 + 50\,000 = 350\,000 + 50\,000 = 400\,000. \\ u_3 &= u_2 + 50\,000 = 400\,000 + 50\,000 = 450\,000. \end{aligned}$$

$$2. u_{n+1} = u_n + 50\,000.$$

$$3. \text{ Le chiffre d'affaire pour 2020 est égal à } u_{10}. \\ \text{Ainsi, } u_{10} = 50\,000 \times 10 + 300\,000 = 800\,000.$$

$$4. \text{ Le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaire de 2010 à 2011 est égal à environ } 17\%. \text{ En effet, } \\ \frac{350\,000 - 300\,000}{300\,000} \approx 0,17.$$

Le pourcentage d'augmentation du chiffre d'affaire de 2011 à 2012 est égal à environ 14%. En effet,

$$\frac{400\,000 - 350\,000}{350\,000} \approx 0,14.$$

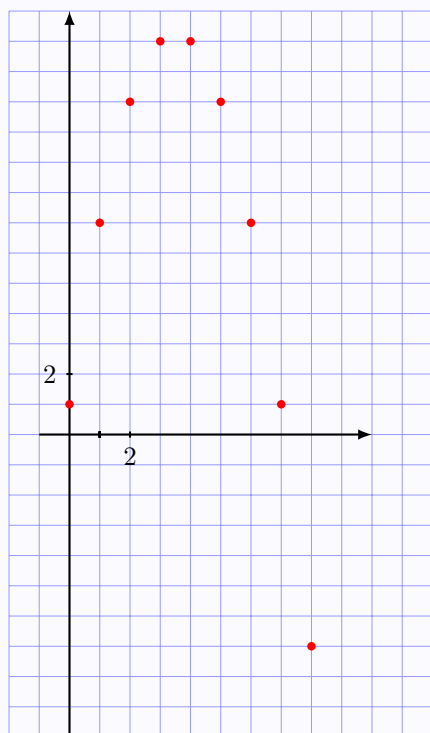
$$5. \text{ Le taux d'augmentation du chiffre d'affaire en 10 ans, entre 2010 et 2020, est égal à environ } 167\%. \text{ En effet,}$$

$$\frac{800\,000 - 300\,000}{300\,000} \approx 1,67.$$

Exercice n°9

1. Représentation graphique : $u_n = -n^2 + 7n + 1$.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n	1	7	11	13	13	11	7	1	-7



- -29 est l'ordonnée du point d'abscisse 10. En effet, $u_{10} = -10^2 + 10 \times 7 + 1 = -29$.
- Les coordonnées du point « le plus haut » qui se trouve en dessous de la droite d'équation $y = -1000$, sont $(36; -1043)$. En effet, $u_{35} = -979$ et $u_{37} = -1109$.

Exercice n°10

(u_n) est la suite arithmétique de terme initial $u_0 = -3$ et de raison $r = 2$. Ainsi, $u_n = 2n - 3$.

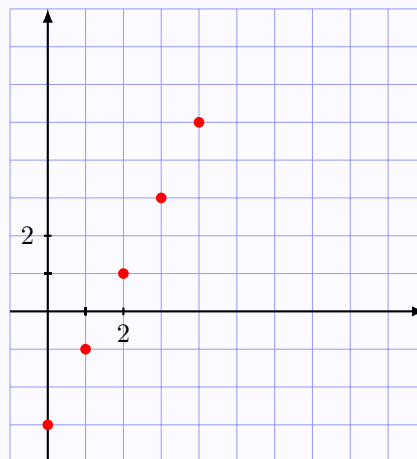
$$u_1 = 2 \times 1 - 3 = 2 - 3 = -1.$$

$$u_2 = 2 \times 2 - 3 = 4 - 3 = 1.$$

$$u_3 = 2 \times 3 - 3 = 6 - 3 = 3.$$

$$u_4 = 2 \times 4 - 3 = 8 - 3 = 5.$$

Ci-après la représentation graphique.



On remarque que les points sont alignés.

Exercice n°11

On considère la suite arithmétique (u_n) de raison $r = 5$ et de premier terme $u_0 = 3$.

L'expression du terme général est donné par :

$$u_n = 5n + 3.$$

Ainsi,

$$u_3 = 5 \times 3 + 3 = 15 + 3 = 18. \text{ et } u_{30} = 5 \times 30 + 3 = 153.$$

Exercice n°12

On considère la suite arithmétique (u_n) de raison $r = 3$ et de premier terme $u_0 = 12$.

L'expression du terme général est donné par :

$$u_n = 3n + 12.$$

Ainsi,

$$u_3 = 3 \times 3 + 12 = 9 + 12 = 21 \text{ et } u_{20} = 3 \times 20 + 12 = 72.$$

Exercice n°13

On utilise un tableur pour calculer les termes successifs d'une suite arithmétique de raison 12 et de premier terme 124.

Le terme général de cette suite est donné par :

$$u_n = 12n + 124.$$

Il faudra donc saisir dans la cellule B1 la formule : « =12*A1+124 ».

Exercice n°14

Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = -5$ et de raison $r = 2$.

Le terme général de cette suite est donné par :

$$u_n = 2n - 5.$$

Ainsi, $u_{2002} = 2 \times 2002 - 5 = 4004 - 5 = 3999$.

Exercice n°15

La suite arithmétique (u_n) de premiers termes $u_0 = 12$ et $u_1 = 13,5$, est de raison $1,5$. En effet, $r = u_1 - u_0 = 1,5$.

Le terme général de cette suite est donc donné par :

$$u_n = 1,5n + 12.$$

Ainsi, $u_{26} = 1,5 \times 26 + 12 = 51$.

Exercice n°16

Soit la suite arithmétique (v_n) de premier terme $v_1 = 1200$ et de raison $r = 10$.

L'expression de u_n est donné par : $v_n = 10n + 1190$.

Ainsi, $v_{25} = 10 \times 25 + 1190 = 250 + 1190 = 1440$.

Exercice n°17

Soit la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 12200$ et de raison $r = -200$.

L'expression de u_n est donné par :

$$u_n = -200n + 12200.$$

Ainsi, $u_{30} = -200 \times 30 + 12200 = 6200$.

Exercice n°18

La population d'une ville était de 40 000 habitants en 2010. Elle diminue depuis de 800 habitants chaque année.

On note p_0 la population de la ville en 2010, et p_n la population n années plus tard, c'est-à-dire en $2010+n$.

(p_n) est une suite arithmétique, en effet, pour tout $n \geq 0$, $p_{n+1} - p_n = 800$.

La raison de (p_n) est -800 et le terme premier est $p_0 = 40000$.

Le terme général de cette suite est donné par :

$$p_n = -800n + 40000.$$

Ainsi,

$p_{10} = -800 \times 10 + 40000 = 32000$. Autrement le nombre d'habitants en 2020 s'élève à 32000.

Par ailleurs,

$p_{20} = -800 \times 20 + 40000 = 24000$. Autrement le nombre d'habitants en 2030 peut atteindre 24000.

Exercice n°19

On place 1000 euros à intérêts simples au taux annuel de 4%.

1. Le capital acquis à la fin de la première année, s'élève à 40 euros en effet,
 $1000 \times 4\% = 1000 \times 0,04 = 40$.

Le placement étant à intérêt simple le capital augmentera chaque année de 40 euros. Ainsi le capital de la deuxième année s'élèvera à 1080.

2. On note c_n la capital acquis à la fin de la n -ième année. Ainsi,

$$c_n = 40n + 1000.$$

(c_n) est une suite arithmétique de raison 40 et de premier terme 1000.

3. Le capital acquis au bout de 10 ans, s'élève à 1400 euros. En effet,

$$c_{10} = 40 \times 10 + 1000 = 400 + 1000 = 1400.$$

Exercice n°20

On utilise une feuille de papier, d'épaisseur $e = 0,5$ mm, que l'on replie successivement en deux.

1. L'épaisseur de la feuille après le premier pliage est égale à $0,5 \times 2 = 1$.
L'épaisseur de la feuille après le deux pliage est égale à $0,5 \times 2 \times 2 = 2$.

2. On note e_n l'épaisseur après n pliages. (e_n) est une suite géométrique, en effet, $\frac{e_{n+1}}{e_n} = 2$.

Cette suite géométrique est de raison 2 et de premier terme 0,5.

3. Le terme général de cette suite est donné par :

$$u_n = 0,5 \times 2^n.$$

On cherche la valeur de n pour laquelle $u_n = 300$ m, soit 300000 mm. Autrement dit, la valeur de n pour laquelle

$$0,5 \times 2^n = 300000 \text{ et donc } 2^n = 600000.$$

En utilisant la calculatrice, on constate qu'au bout du 20 ème pliage on dépasse la hauteur de la tour Eiffel.

Exercice n°21

Soit la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = 1,2$.

1. $u_1 = 2 \times 1,2 = 2,4$.
 $u_2 = 2 \times u_1 = 1,2 \times 2,4 = 2,88$.
2. $u_n = 0,2 \times 1,2^n$.
3. $u_{30} = 0,2 \times 1,2^{30} = 474,75$.