Exercice* 0 : Développer les expressions suivantes en utilisant l'identité remarquable :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$A = (x+2)^2.$
$B = (2x+1)^2$
$C = (3+4x)^2$

Exercice* 1 : Développer les expressions suivantes en utilisant l'identité remarquable :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$A = (x-2)^2$
$B = (4x-3)^2$
$C = (3-5x)^2$

Exercice* 2 : Développer les expressions suivantes en utilisant l'identité remarquable :

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2.$$

$A = (x+2)(x-2)$
$B = (4x-3)(4x+3)$
$C = (3+5x)(3-5x)$

Exercice 3 :** Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = (x+1)^2 + (x-3)^2$
$B = (4x+3)^2 + (x-7)(2x+7)$
$C = (2x+1)^2 - (x-7)(x+7)$
$D = (x-5)^2 - (2x-7)(x-5)$

Exercice4 :** Factoriser en utilisant l'identité remarquable :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2.$$

$A = x^2 + 10x + 25$
$B = 36 + 12x + x^2$
$C = 16x^2 + 40x + 25$

Exercice* 5 : Factoriser en utilisant l'identité remarquable :

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b).$$

$A = 4x^2 - 9$
$B = 16 - 9x^2$
$C = 49x^2 - 36$
$D = (x+1)^2 - 4$
$E = (2x+1)^2 - 25$
$F = 36 - (4-3x)^2$

Exercice 6 :** Factoriser d'abord l'expression soulignée pour retrouver le facteur commun :

$A = (x+2)(3x-1) + \underline{x^2 - 4}$
$B = (x+4)(2x-1) + \underline{x^2 - 16}$
$C = (2x+1)(x-2) - \underline{(x^2 - 4)}$
$D = \underline{25 - x^2} - (x-5)(3x+3)$

Exercice 7 :** On donne $D = (2x-3)(5x+4) + (2x-3)^2$. Montrer, en détaillant les calculs, que D peut s'écrire :

$$D = (2x-3)(7x+1).$$

Exercice* 8 : On considère l'expression :

$$E = (x-3)^2 - (x-1)(x-2)$$

a. Développer et réduire E.
b. Comment peut-on en déduire, sans calculatrice, le résultat de :

$$99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998.$$

c. Factoriser l'expression :

$$F = (4x+1)^2 - (4x+1)(7x-6).$$

d. Résoudre l'équation $F = 0$.

Exercice 9 :** On donne l'expression algébrique ;

$$D = (3x+1)(6x-9) - (2x-3)^2.$$

1. Développer et réduire D.
2. Calculer la valeur de D pour $x = \frac{3}{2}$.
3. Factoriser $6x - 9$ puis factoriser D.
4. Résoudre l'équation :

$$(7x+6)(2x-3) = 0.$$

Exercice 10 :** Tom doit calculer $3,5^2$. « Pas la peine de prendre la calculatrice », lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter $0,25$.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de $3,5$.
2. Proposer une façon simple de calculer $7,5^2$ et donner le résultat.
3. Julie propose la conjecture suivante :

$$(n+0,5)^2 = n(n+1) + 0,25$$

n est un nombre entier positif.
Prouver que la conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre n).

Exercice* 11 :**

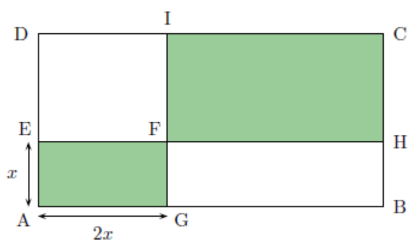
1. Effectuer les calculs suivants :

$$(1 \times 2 + 2 \times 3) \div 2$$
$$(2 \times 3 + 3 \times 4) \div 2$$
$$(3 \times 4 + 4 \times 5) \div 2$$
$$(4 \times 5 + 5 \times 6) \div 2$$

2. Quelle conjecture peut-on faire ?

3. Prouver que la conjecture est vraie pour tous les nombres.

Exercice 12 :** $ABCD$ est un rectangle. On connait les longueurs AD $= 4\,\text{cm}$ et AB $= 8\,\text{cm}$. E est un point du segment [AD].
On note AE $= x$. Le point G est sur le segment [AB], tel que AG $= 2x$.
On construit les rectangles AEFG, EDIF, FICH et GFHB comme sur la figure ci-dessous.



1. Calculer l'aire du rectangle $ABCD$.

2. Exprimer l'aire du rectangle $AEFG$ en fonction de x.

3. Exprimer les longueurs CH et IC en fonction de x.

4. Exprimer l'aire du rectangle $FICH$ en fonction de x.

5. Donner l'expression développée et réduite de la somme des aires des rectangles $AEFG$ et $FICH$ (surface coloriée).

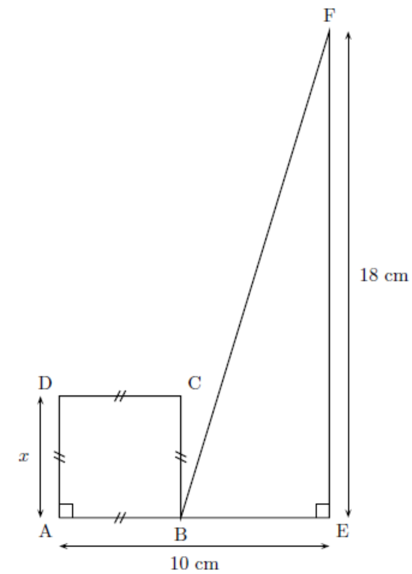
6. On veut savoir pour quelles valeurs de x l'aire de la surface coloriée vaut la moitié de celle du rectangle $ABCD$. Montrer que cela revient à résoudre l'équation $x^2 - 4x + 8 = 4$.

7. Développer l'expression $(x-2)^2$.

8. Conclure.

9. On veut maintenant savoir pour quelles valeurs de x l'aire de la surface coloriée vaut les $\frac{5}{8}$ de celle du rectangle $ABCD$.
(Indication : développer $(x-1)(x-3)$.)

Exercice 13 :** $[AE]$ est un segment de longueur $10\ cm$. On place un point B sur le segment $[AE]$ et on construit le carré $ABCD$ comme indiqué sur la figure ci-dessous.
On construit le triangle BEF, rectangle en E tel que le côté $[FE]$ mesure $18\ cm$.
On veut savoir où placer le point B sur le segment $[AE]$ pour que le carré et le triangle rectangle aient la même aire.



1. Montrer que l'on a l'égalité :
$$x^2 = (10 - x) \times 9.$$

2. Démontrer que l'égalité précédente revient à écrire que
$$x^2 + 9x - 90 = 0.$$

3. Développer l'expression suivante :
$$(x-6)(x+15).$$

4. Quelles valeurs peuvent convenir pour x ?