Exercice* 0 : On dispose d'une machine f qui transforme un nombre x en un nombre y :

$$x \longmapsto \overset{f}{\boxed{2x\text{-}3}} \longmapsto y, \text{ on note : } f(x) = y.$$

$$3 \longmapsto \overset{f}{\boxed{2\times \text{ 3-3}}} \longmapsto 3, \text{ on note : } f(3) = 3.$$

$$-2 \longmapsto \overset{f}{\boxed{2\times \text{ (-2) -3}}} \longmapsto 3, \text{ on note : } f(-2) = -7.$$

$$0 \longmapsto \overset{f}{\boxed{2\times \text{ 0 -3}}} \longmapsto 3, \text{ on note : } f(0) = -3.$$

$$2.5 \longmapsto \overset{f}{\boxed{2\times \text{ 2.5 -3}}} \longmapsto 3, \text{ on note : } f(2.5) = 2.$$

$$\tfrac{1}{2} \longmapsto \overset{f}{\boxed{2\times \tfrac{1}{2} \text{ -3}}} \longmapsto 3, \text{ on note : } f(\tfrac{1}{2}) = -2.$$

Exercice* 1 :

En français	En mathématiques
L'image de 2 est 3	$f(2) = 3$
1 est l'image de 8	$f(8) = 1$
5 est l'antécédent de 4	$f(5) = 4$
13 a pour antécédent -7	$f(13) = -7$

Exercice* 2 :
$g(-5) = 2$: 2 est l'image de -5 et -5 est l'antécédent de 2 ;
$h(0) = -1$ et $h(-5) = -1$: -1 est l'image de 0 et -5 alors que 0 et -5 sont les antécédents de -1 ;
$h(2) = h(3) = h(-1) = 0$: 0 est l'image de 2; 3 et -1 alors que 2 ; 3 et -1 sont les antécédents de 0.

Exercice* 3 : Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

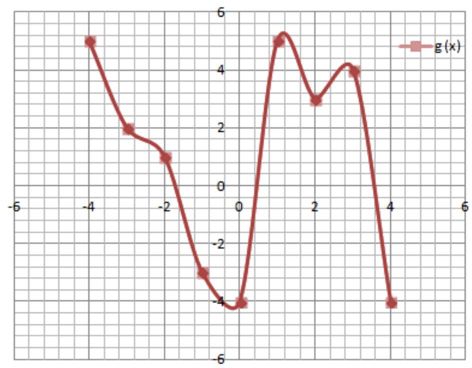
x	$f(x)$
0	5
1	-2
2	-5
3	5
4	10

a. 1 a pour image. -2 ;
b. 0 et 3 sont les antécédents de 5 ;
C. 10 a pour antécédent 4.

Exercice* 4 : Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction g.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	5	2	1	-3	-4	5	3	4	-4

1. 4 est l'image de 3 par la fonction g.
2. -1 a pour image -3 par la fonction g.
3. -4 et 1 ont la même image par la fonction g .
4.



Exercice 5 :**

a. f est la fonction qui a x associe $-3x + 5$, on note : $f(x) = -3x + 5$.
   1. $f(0) = -3 \times 0 + 5 = 5$.
   2. Calculer l'antécédent de 6 revient à résoudre l'équation $-3x + 5 = 6$.
      $-3x = 6 - 5$
      $-3x = 1$
      $x = \frac{1}{-3}$ est l'antécédent de 6.
   3. $f(-2) = -3 \times (-2) + 5 = 11$.
   4. Calculer l'antécédent de 6 revient à résoudre l'équation $-3x + 5 = -10$.
      $-3x = -10 - 5$
      $-3x = -15$
      $x = \frac{-3}{-15} = \frac{1}{5}$ est l'antécédent de -10.

b. g est la fonction telle que $g(x) = 1,2x - 3$.
   1. $g(3) = 1,2 \times 3 - 3 = 0,6$.
   2. Calculer l'antécédent de-6 revient à résoudre l'équation $1,2x - 3 = -6$.
      $1,2x = -6 + 3$
      $1,2x = -3$
      $x = \frac{-3}{1.2} = -2,5$ est l'antécédent de -6.
   3. $g(-10) = 1,2 \times (-10) - 3 = -12 - 3 = -15$.
   4. Calculer le nombre qui a pour image 9 revient à résoudre l'équation $1,2x - 3 = 9$. $1,2x = 9 + 3$
      $1,2x = 12$
      $x = \frac{12}{1.2} = 10$ est l'antécédent de 9.
   5. $g(5) = 1,2 \times 5 - 3 = 3$. Donc 3 est l'antécédent de 5 par la fonction g.

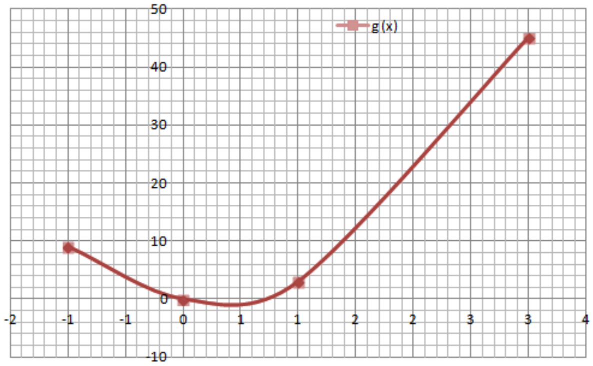
Exercice 6 :** Soit g la fonction définie par :

$$x \overset{g}{\longmapsto} 3x(2x - 1).$$

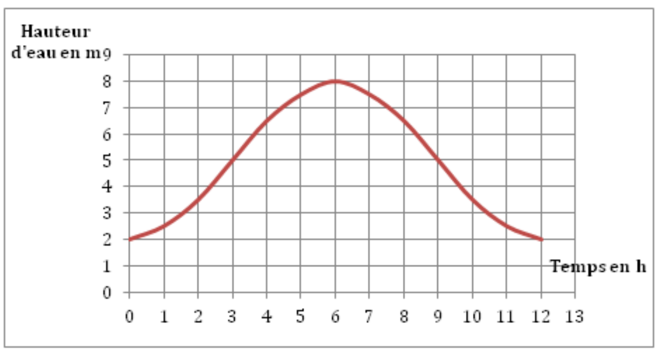
1.

x	-1	0	1	3	18
$g(x)$	9	0	3	45	1890

2. Représentation graphique.



Exercice 7 :** Soit f la fonction qui exprime l'évolution de la hauteur d'eau au cours du temps pendant la durée d'une marée.



a. Lecture graphique :

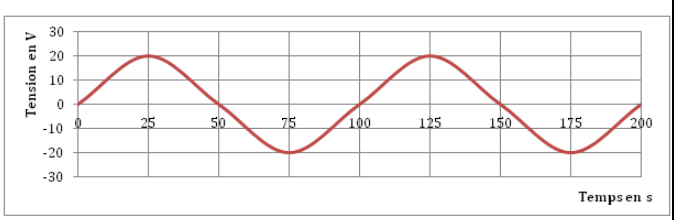
x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	1,5	3,5	5	6,5	7.5	8

b. La hauteur de l'eau atteint les $5m$ au bout de 3 heures.

c. La hauteur de l'eau est maximale au bout de 6 heures.

d. $f(6) - f(0) = 8 - 2 = 6$.

Exercice 8 :** On a relevé à l'aide d'un ordinateur la tension alternative produite par un générateur de Très Basse Tension de Sécurité (T.B.T.S).
Soit f la fonction qui, au temps exprimé en secondes (s), associe la tension en volts (V). La courbe ci-dessous représente la fonction f entre 0 et 200s.



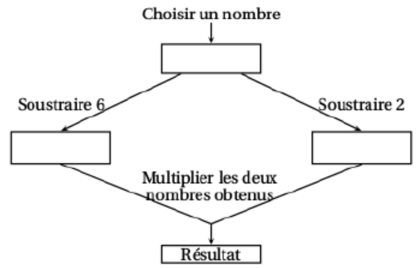
a. Le tableau de valeurs :

x	25	50	75	100	125
$f(x)$	20	0	-20	0	20

b. 25 et 125 sont deux antécédents successifs de 20, on les note $t_1 = 25$ et $t_2 = 125$.

c. $T = t_2 - t_1 = 125 - 25 = 100$.

Exercice 9 :** Voici un programme de calcul :



1. $(8-6)\times(8-2) = 2\times 6 = 12$.
2. Vérifications :
   Proposition 1 : Le programme peut donner un résultat négatif : C'est vrai ! $(4-6)\times(4-2) = -2\times 2 = -4$.
   Proposition 2 : Si on choisit $\frac{1}{2}$ comme nombre de départ, le programme donne $\frac{33}{4}$ comme résultat : C'est vrai ! $(\frac{1}{2}-6)\times(\frac{1}{2}-2) = (\frac{-11}{2}\times\frac{-3}{2} = \frac{33}{4}$.
   Proposition 3 : Le programme donne 0 comme résultat pour exactement deux nombres : C'est vrai ! Soit x le nombre choisi. $(x-6)(x-2) = 0$ si $x = 6$ ou $x = 2$.
   Proposition 4 : Le programme est la fonction qui, au nombre x, choisi au départ, associe le résultat $x^2 - 8x$: C'est faux ! $(x-6)(x-2) = x^2 - 2x - 6x + 12 = x^2 - 8x + 12$.

Exercice 10 :** On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par une fonction affine f et par une autre fonction g. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous.

			$= -5\times \mathrm{C}1 + 7$					
	A	B	C	D	R	F	G	H
1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	$f(x)$	22	17	12	7	2	-3	-8
3	$g(x)$	13	8	5	4	5	8	13
4								

1. 22 est l'image de -3 par f .
2. $f(7) = -5\times 7 + 7 = -28$.
3. $f(x) = -5x + 7$.
4. La formule qui a été saisie dans la cellule B3 est : $\boxed{= B1^2 + 4}$ ou $\boxed{= B1 * B1 + 4}$.

Exercice 11 :** Dans cet exercice, on considère un rectangle $ABCD$ tel que son périmètre soit égal à 31 cm.

1. (a) On sait que : $2\times 10 + 2l = 31$, donc $l = \frac{31-20}{2} = 5,5\ cm$.

   (b) Si $L = 8$, alors $2\times 8 + 2l = 31$, donc $l = \frac{31-16}{2} = 7,5\ cm$.

   (c) On appelle x la longueur AB.
   On sait que : $2\times AB + 2\times BC = 31$,
   soit $2x + 2\times BC = 31$ donc $BC = \frac{31-2x}{2}$.

(d) L'aire du rectangle $ABCD$ en fonction de x est égale :
$AB \times BC = x \times \left(\frac{31-2x}{2}\right) = x(15,5-x)$.

2. On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = x(15,5-x).$$

(a) $f(4) = 4(15,5-4) = 4 \times 11.5 = 46$.

(b) $f(5) = 5(15,5-5) = 5 \times 10.5 = 52,5$, donc 5 est un antécédent de $52,5$.

Exercice 12 :** Pour son anniversaire, Julien a reçu un coffret de tir à l'arc.

Il tire une flèche. La trajectoire de la pointe de cette flèche est représentée ci-dessous.

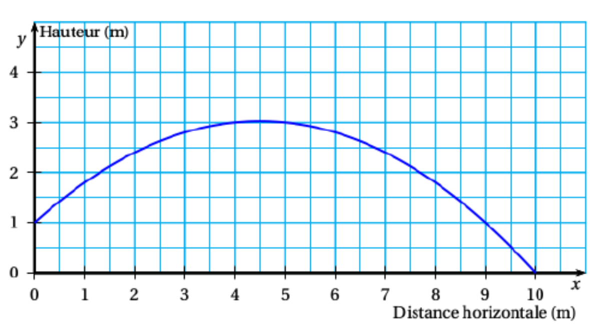
La courbe donne la hauteur en mètres (m) en fonction de la distance horizontale en mètres (m) parcourue par la flèche.

1. Lecture graphique :
   (a) La flèche est tirée d'une hauteur de $1\ m$.
   (b) La flèche retombe au sol à $19\ m$ de Julien.
   (c) La hauteur maximale atteinte par la flèche est d'environ $3\ m$.
2. La courbe ci-dessus représente la fonction f définie par :

$$f(x) = -0,1x^2 + 0,9x + 1.$$

   (a) $f(5) = -0,1 \times 5^2 + 0,9 \times 5 + 1 = -2,5 + 4,5 + 1 = 3$.
   (b) La flèche s' élève à plus de $3\ m$ de hauteur. En effet,
   $f(4,5) = -0,1 \times 4,5^2 + 0,9 \times 4,5 + 1 = 3,025$.

Exercice* 13 :** Un éleveur a acheté $40\ m$ de grillage ; il veut adosser un enclos rectangulaire à sa grange, contre un mur de $28\ m$ de long.



Il souhaite offrir le maximum de place à ses brebis en utilisant le grillage.

1. (a) Pour $x = 4\ m$, calculer la longueur y, puis l'aire $\mathcal{A}$ de l'enclos en m^2.

   On a $x + 2y = 40$.

   Pour $x = 4$, on a $2y = 36$ et $y = 18$.

   $\mathcal{A} = 4 \times 18 = 72\ m^2$.

   (b) Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

x (en m)	4	10	20	28
y (en m)	18	15	10	6
$\mathcal{A}$ (en m^2)	72	150	200	168.

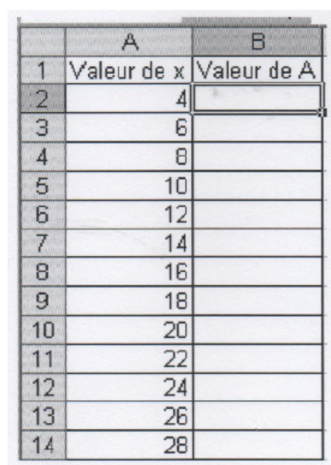
2. Déterminer y en fonction de x. En déduire que $\mathcal{A} = 20x - 0,5x^2$.

   $x + 2y = 40$
   $2y = 40 - x$

   $y = 20 - 0,5x$

   $\mathcal{A} = xy = x(20 - 0,5x) = 20x - 0,5x^2$

3. Voici la plage de cellules réalisées dans un tableur-grapheur qui permettra de calculer la valeur de $\mathcal{A}$.

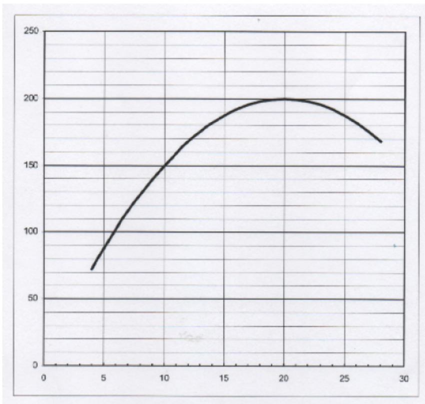


	A	B
1	Valeur de x	Valeur de A
2	4	
3	6	
4	8	
5	10	
6	12	
7	14	
8	16	
9	18	
10	20	
11	22	
12	24	
13	26	
14	28	

Quelle formule doit-il saisir dans la cellule $B2$ et qui pourrait être étendue sous toute la colonne B ?

$\boxed{\text{=A2 ^2}}$

4. Le graphique ci-dessous représente l'aire $\mathcal{A}$ en fonction de la longueur x comprise entre $4\ m$ et $28\ m$.



À l'aide de ce graphique, répondre aux questions suivantes en donnant des valeurs approchées.

(a) Quelle est l'aire de cet enclos pour $x = 14\ m$?

Pour $x = 14\ m$, on lit environ $185\ m^2$.

(b) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de cet enclos est égale à $192\ m^2$?

Pour $x = 16\ m$ et $x = 24\ m$, on a une aire de $192\ m^2$.

(c) Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de cet enclos est maximale ?

Pour $x = 20\ m$, l'enclos a une aire maximale.

En déduire les dimensions de l'enclos pour que les brebis aient le maximum de place.

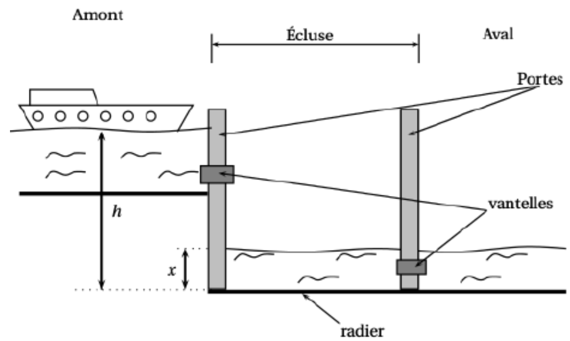
$x = 20\ m$
$y = 20 - 0,5x = 20 - 10 = 10\ m$

L'enclos est un rectangle de $20\ m$ sur $10\ m$.

Exercice 14 :** On étudie plus précisément le remplissage d'une écluse pour faire passer une péniche de l'amont vers l'aval.

Principe : Il s'agit de faire monter le niveau de l'eau dans l'écluse jusqu'au niveau du canal en amont afin que l'on puisse ensuite faire passer la péniche dans l'écluse.

Ensuite, l'écluse se vide et le niveau descend à celui du canal en aval. La péniche peut sortir de l'écluse et poursuivre dans le canal en aval.



Toutes les mesures de longueur sont exprimées en mètres.

On notera h la hauteur du niveau de l'eau en amont et x la hauteur du niveau de l'eau dans l'écluse.

Ces hauteurs sont mesurées à partir du radier (fond) de l'écluse. (voir schéma ci-dessus). Lorsque la péniche se présente à l'écluse, on a : $h = 4,3\ m$ et $x = 1,8\ m$.

La vitesse de l'eau s'écoulant par la vantelle (vanne) est donnée par la formule suivante :

$$v = \sqrt{2g(h - x)}$$

où $g = 9,81$ (accélération en mètre par seconde au carré noté m.s^{-2}) et v est la vitesse (en mètre par seconde noté m.s^{-1})

1. On considère l'ouverture comme étant instantanée.

$v = \sqrt{2g(h - x)}$

$v = \sqrt{2 \times 9,81(4,3 - 1,8)}$

$v \approx 7\ m.s^{-1}$.

2. La vitesse est nulle pour $h = x$, c'est-à-dire quand le niveau d'eau est le même des deux côtés.

3. Pour $x = 3,4\ m$, la vitesse est d'environ $4\ m.s^{-1}$.