**Exercice* 0 :** Développer les expressions suivantes en utilisant l'identité remarquable :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$A = (x+2)^2 = x^2 + 2\times x\times 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4.$
$B = (2x+1)^2 = (2x)^2 + 2\times 2x\times 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1.$
$C = (3+4x)^2 = 3^2 + 2\times 3\times 4x + (4x)^2 = 9 + 24x + 16x^2.$

**Exercice* 1 :** Développer les expressions suivantes en utilisant l'identité remarquable :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$A = (x-2)^2 = x^2 - 2\times x\times 2 + 2^2 = x^2 - 4x + 4.$
$B = (4x-3)^2 = (4x)^2 - 2\times 4x + 3^2 = 16x^2 - 24x + 9.$
$C = (3-5x)^2 = 3^2 - 2\times 3\times 5x + (5x)^2 = 9 - 30x + 25x^2.$

**Exercice* 2 :** Développer les expressions suivantes en utilisant l'identité remarquable :

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2.$$

$A = (x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4.$
$B = (4x-3)(4x+3) = (4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9.$
$C = (3+5x)(3-5x) = 3^2 - (5x)^2 = 9 - 25x^2.$

**Exercice** 3 :** Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A &= (x+1)^2 + (x-3)^2 \\ &= x^2 + 2x + 1 + x^2 - 6x + 9 \\ &= 2x^2 - 4x + 10. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (4x+3)^2 + (x-7)(2x+7) \\ &= 16x^2 + 24x + 9 + 2x^2 + 7x - 14x - 49 \\ &= 18x^2 + 17x - 40. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (2x+1)^2 - (x-7)(x+7) \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - (x^2 - 49) \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - x^2 + 49 \\ &= 3x^2 + 4x + 50. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= (x-5)^2 - (2x-7)(x-5) \\ &= x^2 - 10x + 25 - (2x^2 - 10x - 7x + 35) \\ &= x^2 - 10x + 25 - 2x^2 + 10x + 7x - 35 \\ &= -x^2 - 7x - 10. \end{aligned}$$

**Exercice**4 :** Factoriser en utilisant l'identité remarquable :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2.$$

$A = x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2\times x\times 5 + 5^2 = (x+5)^2.$
$B = 36 + 12x + x^2 = 6^2 + 2\times 6\times x + x^2 = (6+x)^2.$
$C = 16x^2 + 40x + 25 = (4x)^2 + 2\times 4x\times 5 + 5^2 = (4x+5)^2.$

**Exercice* 5 :** Factoriser en utilisant l'identité remarquable :

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b).$$

$A = 4x^2 - 9 = (2x-3)(2x+3).$
$B = 16 - 9x^2 = (4-3x)(4+3x).$
$C = 49x^2 - 36 = (9x-6)(9x+6).$

$$\begin{aligned} D &= (x+1)^2 - 4 \\ &= (x+1)^2 - 2^2 \\ &= (x+1-2)(x+1+2). \\ &= (x-1)(x+3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (2x+1)^2 - 25 \\ &= (2x+1)^2 - 5^2 \\ &= (2x+1-5)(2x+1+5) \\ &= (2x-4)(2x+6). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= 36 - (4-3x)^2 \\ &= 6^2 - (4-3x)^2 \\ &= (6-(4x-3))(6+(4x-3)) \\ &= (6-4x+3)(6+4x-3) \\ &= (9-4x)(3+4x). \end{aligned}$$

**Exercice** 6 :** Factoriser d'abord l'expression soulignée pour retrouver le facteur commun :

$$\begin{aligned} A &= (x+2)(3x-1) + \underline{x^2-4} \\ &= (x+2)(3x-1) + (x-2)(x+2) \\ &= (x+2)[(3x-1)+(x-2)] \\ &= (x+2)(4x-3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (x+4)(2x-1) + \underline{x^2-16} \\ &= (x+4)(2x-1) + (x-4)(x+4) \\ &= (x+4)[(2x-1)+(x-4)] \\ &= (x+4)[2x-1+x-4] \\ &= (x+4)(3x-5). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= (2x+1)(x-2) - \underline{(x^2-4)} \\ &= (2x+1)(x-2) - (x-2)(x+2) \\ &= (x-2)[(2x+1)-(x+2)] \\ &= (x-2)[2x+1-x-2] \\ &= (x-2)(x-1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 25 - x^2 - (x-5)(3x+3) \\ &= (5-x)(5+x) - (x-5)(3x+3) \\ &= (5-x)[(5+x)-(3x+3)] \\ &= (5-x)[5+x-3x-3] \\ &= (5-x)(2-2x). \end{aligned}$$

**Exercice** 7 :**

$D = (2x-3)(5x+4) + (2x-3)^2$
$D = \boxed{\text{(2x-3)}}(5x+4) + \boxed{\text{(2x-3)}}(2x-3)$
$D = \boxed{\text{(2x-3)}}(5x+4+2x-3)$
$D = (2x-3)(7x+1)$

**Exercice* 8 :** On considère l'expression :

$$E = (x-3)^2 - (x-1)(x-2)$$

a. $E = (x-3)^2 - (x-1)(x-2)$
$= x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 2x - 1x + 2)$
$= x^2 - 6x + 9 - x^2 + 2x + 1x - 2$
$= -3x + 7.$

b. Il suffit d'utiliser l'expression développée et réduite de la question précédente pour $x = 100\ 000$, on obtient donc :
$99\ 997^2 - 99\ 999 \times 99\ 998$
$= (100\ 000 - 3)^2 - (100\ 000 - 1)(100\ 000 - 2)$
$= -3 \times 100\ 000 + 7$
$= -299\ 993.$

c. Factorisation :
$F = (4x+1)^2 - (4x+1)(7x-6)$
$F = \boxed{(4x+1)}(4x+1) - \boxed{(4x+1)}(7x-6)$
$F = \boxed{(4x+1)}[(4x+1) - (7x-6)]$
$F = (4x+1)(4x+1-7x+6)$
$F = (4x+1)(-3x+7)$

d. Résolution de l'équation $F = 0$.
$(4x+1)(-3x+7) = 0$
$4x + 1 = 0$ ou $-3x + 7 = 0$
$x = \frac{-1}{4}$ ou $x = \frac{7}{3}$.
$\frac{-1}{4}$ et $\frac{7}{3}$ Sont les deux solutions de l'équation produit nul.

**Exercice** 9 :** On donne l'expression algébrique ;

$$D = (3x+1)(6x-9) - (2x-3)^2.$$

1. $D = (3x+1)(6x-9) - (2x-3)^2$
$D = (18x^2 - 27x + 6x - 9) - (4x^2 - 12x + 9)$
$D = 18x^2 - 27x + 6x - 9 - 4x^2 + 12x - 9$
$D = 14x^2 - 9x - 18$

2. Quand $x = \frac{3}{2}$,
$D = (3 \times \frac{3}{2} + 1)(6 \times \frac{3}{2} - 9) - (2 \times \frac{3}{2} - 3)^2$
$D = (\frac{9}{2} + 1)(\frac{18}{2} - 9) - (\frac{6}{2} - 3)^2$
$D = (\frac{9}{2} + 1)(9 - 9) - (3 - 3)^2$
$D = 0.$

3. On a : $6x - 9 = \boxed{3} \times 2x - \boxed{3} \times 3 = 3(2x-3))$, donc
$D = 3(3x+1)(2x-3) - (2x-3)^2$
$D = 3(3x+1)(2x-3) - (2x-3)(2x-3)$
$D = (2x-3)[3(3x+1) - (2x-3)]$
$D = (2x-3)(7x+6).$

4. Résolution de l'équation : $(7x+6)(2x-3) = 0$.
Soit $7x + 6 = 0$, soit $2x - 3 = 0$.
Donc : $x = \frac{-6}{7}$ ou $x = \frac{3}{2}$.
$\frac{-6}{7}$ et $\frac{3}{2}$ Sont les deux solutions de l'équation.

**Exercice** 10 :** Tom doit calculer $3,5^2$. « Pas la peine de prendre la calculatrice », lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de $3$ par $4$ et rajouter $0,25$.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de $3,5$.

$3 \times 4 + 0,25 = 12 + 0,25 = 12,25$

$3,5^2 = 12,25$

On trouve le même résultat.

2. Proposer une façon simple de calculer $7,5^2$ et donner le résultat.

$7 \times 8 + 0,25 = 56 + 0,25 = 56,25$

$7,5^2 = 56,25$

On trouve le même résultat.

3. Julie propose la conjecture suivante : $(n+0,5)^2 = n(n+1) + 0,25$
$n$ est un nombre entier positif.
Prouver que la conjecture de Julie est vraie (quel que soit le nombre $n$).

$(n+0,5)^2 = n^2 + n + 0,25$
$n(n+1) + 0,25 = n^2 + n + 0,25$

Julie a raison.

**Exercice*** 11 :**

1. Calculs :

$$(1 \times 2 + 2 \times 3) \div 2 = 4 = 2^2.$$
$$(2 \times 3 + 3 \times 4) \div 2 = 9 = 3^2.$$
$$(3 \times 4 + 4 \times 5) \div 2 = 16 = 4^2.$$
$$(4 \times 5 + 5 \times 6) \div 2 = 25 = 5^2.$$

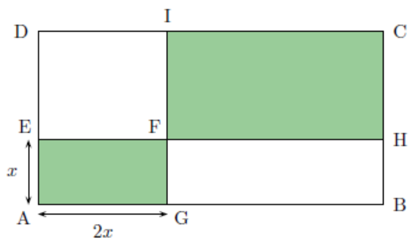
2. Soit $x$ un nombre quelconque :

$$\frac{x(x+1) + (x+1)(x+2)}{2} = (x+1)^2.$$

3. En effet,

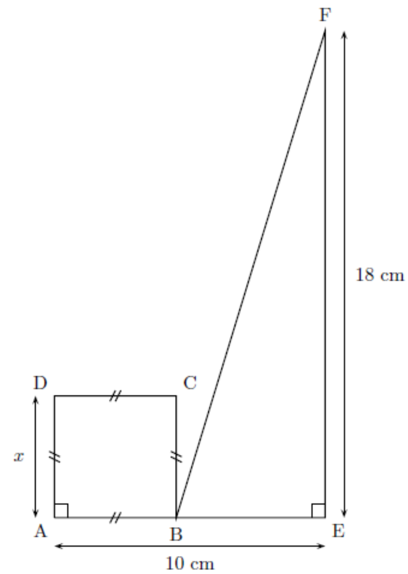
$$\begin{aligned}\frac{x(x+1) + (x+1)(x+2)}{2} &= \frac{(x+1)[x + (x+2)]}{2} \\ &= \frac{(x+1)[2x+2]}{2} \\ &= \frac{(x+1)[2(x+1)]}{2} \\ &= \frac{2(x+1)^2}{2} \\ &= (x+1)^2.\end{aligned}$$

**Exercice** 12 :** $ABCD$ est un rectangle. On connait les longueurs AD = 4 cm et AB = 8 cm. E est un point du segment [AD].
On note AE = $x$. Le point G est sur le segment [AB], tel que AG = $2x$.
On construit les rectangles AEFG, EDIF, FICH et GFHB comme sur la figure ci-dessous.




1. L'aire du rectangle $ABCD$ :
$AB \times AD = 4 \times 8 = 32cm^2$.
2. L'aire du rectangle $AEFG$ en fonction de $x$ :
$AE \times AG = x \times 2x = 2x^2$.
3. $CH = CB - BD = 4 - x$, et $IC = DC - DI = 8 - 2x$.
4. L'aire du rectangle $FICH$ en fonction de $x$ :
$FI \times FH = (4 - x)(8 - 2x)$.
5. L'expression développée et réduite de la somme des aires des rectangles $AEFG$ et $FICH$ (surface coloriée) :
$2x^2 + (4 - x)(8 - 2x)$
$= 2x^2 + (32 - 8x - 8x + 2x^2)$
$= 4x^2 - 16x + 32$.
6. L'aire de la surface coloriée vaut la moitié de celle du rectangle $ABCD$, revient à dire :
$4x^2 - 16x + 32 = \frac{32}{2}$
$4x^2 - 16x + 32 = 16$
$4(x^2 - 4x + 8) = 4 \times 4$
$\frac{4(x^2-4x+8)}{4} = \frac{4\times4}{4}$
donc, $x^2 - 4x + 8 = 4$.
7. $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$.
8. On conclut donc que l'aire de la surface coloriée vaut la moitié de celle du rectangle $ABCD$ quand : $(x - 2)^2 = 0$. Autrement dit, quand $x = 0$.
9. L'aire de la surface coloriée vaut les $\dfrac{5}{8}$ de celle du rectangle $ABCD$, revient à dire :
$4x^2 - 16x + 32 = 32 \times \frac{4}{8}$
$4x^2 - 16x + 32 = 20$
$4x^2 - 16x + 12 = 0$
$4(x^2 - 4x + 3) = 0$.
$x^2 - 4x + 3 = 0$.
Or, $(x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$. Donc :
$(x - 1)(x - 3) = 0$ Par conséquent ; les valeurs cherchées de $x$ sont 1 et 3.

**Exercice** 13 :** $[AE]$ est un segment de longueur $10\ cm$.
On place un point $B$ sur le segment $[AE]$ et on construit le carré $ABCD$ comme indiqué sur la figure ci-dessous.
On construit le triangle $BEF$, rectangle en $E$ tel que le côté $[FE]$ mesure $18\ cm$.
On veut savoir où placer le point $B$ sur le segment $[AE]$ pour que le carré et le triangle rectangle aient la même aire.




1. L'aire du carré $ABCD$ est égale à : $x^2$.
L'aire du carré $ABCD$ est égale à :
$$\frac{18(10 - x)}{2} = 9(10 - x).$$
Les deux aires sont égales, alors
$$x^2 = (10 - x) \times 9.$$
2. On a :
$x^2 = (10 - x) \times 9$
$x^2 = 90 - 9x$
$x^2 + 9x - 90 = 0$.
3. $(x - 6)(x + 15) = x^2 + 15x - 6x + 90 = x^2 + 9x - 90$.
4. $x^2 + 9x - 90 = 0$ revient à dire que :
$$(x - 6)(x + 15) = 0.$$
6 et -15 sont donc les valeurs possibles de $x$.

Attention : $x$ étant une longueur, elle ne peut être que positive.