# Triangles semblables

maths-mde.fr

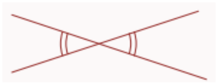
4e

# Table des matières

# a. Angles opposés

**Définition**

Deux angles sont opposés par le sommet s'ils ont le même sommet et si leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.



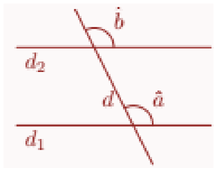
**Propriété**

Deux angles opposés par le sommet ont même mesure.

# b. Angles correspondants

## Définition

Soient $d_1$ et $d_2$, deux droites et $d$, une droite coupant $d_1$ et $d_2$.




Les deux angles $\widehat{a}$ et $\widehat{b}$ sont dits correspondants.

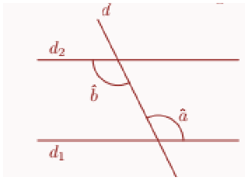
## Propriétés

Deux angles correspondants définis par des droites parallèles, ont la même mesure.
Si deux angles correspondants ont la même mesure, alors ils sont définis par deux droites parallèles.

# c. Angles alternes-internes

## Définition

Soient $d_1$ et $d_2$, deux droites et $d$, une droite coupant $d_1$ et $d_2$.




Les deux angles $\widehat{a}$ et $\widehat{b}$ sont dits alternes-internes.

## Propriétés

Deux angles alternes-internes définis par des droites parallèles, ont la même mesure.
Si deux angles alternes-internes ont la même mesure, alors ils sont définis par deux droites parallèles.

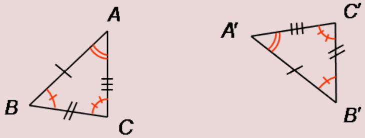
# II. Triangles égaux

## Définition

Deux triangles sont **égaux** lorsque leurs côtés sont deux à deux de même longueur.

## Propriété 1

Si deux triangles sont **égaux**, alors leurs angles sont deux à deux de même mesure.

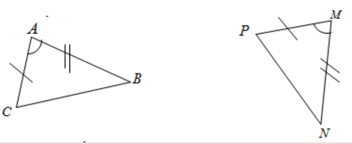



Deux triangles égaux sont superposables.

# Propriétés

## Propriété 2

Si deux triangles ont, deux à deux, un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, alors ils sont égaux.

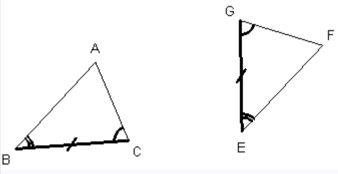



$AB = MN$ ;
$AC = MP$ ;
$\widehat{CAB} = \widehat{PMN}$.
Donc les triangles $CAB$ et $PMN$ sont égaux.

# Propriétés

## Propriété 3

Si deux triangles ont, deux à deux, un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesures, alors ils sont égaux.

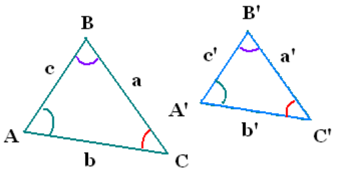



$BC = GE$ ;
$\widehat{ABC} = \widehat{GEF}$.
$\widehat{ACB} = \widehat{FGE}$.
Donc les triangles $ABC$ et $FGE$ sont égaux.

# III. Triangles semblables

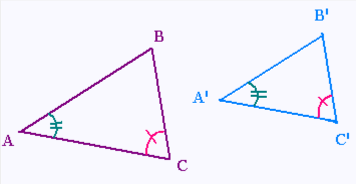
## Définition

Deux triangles sont **semblables** lorsque leurs angles sont deux à deux de même mesure.




**Remarques** : Si deux triangles sont égaux, alors ils sont semblables.
Par contre, deux triangles semblables ne sont pas forcément égaux.

# Comment démontrer que deux triangles sont semblables ?



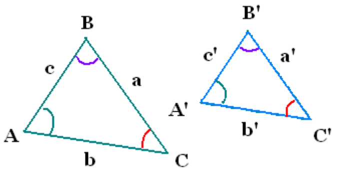

Soient $ABC$ et $A'B'C'$ deux triangles tels que : $\widehat{A} = \widehat{A'}$ et $\widehat{C} = \widehat{C'}$.
Comme $\widehat{B} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{C}$ et $\widehat{B'} = 180^\circ - \widehat{A'} - \widehat{C'}$, alors $\widehat{B} = \widehat{B'}$.
Tous les angles sont deux à deux de même mesure, donc les triangles sont semblables.

# Propriétés

## Propriété 1

Si deux triangles $ABC$ et $A'B'C'$ sont semblables, alors les longueurs des côtés opposés au angles égaux sont proportionnelles :

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = k.$$



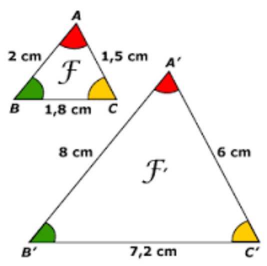

Si $k < 1$, alors $A'B'C'$ est une réduction de $ABC$ de rapport $k$.
Si $k > 1$, alors $A'B'C'$ est un agrandissement de $ABC$ de rapport $k$.

# Propriétés

## Propriété 2

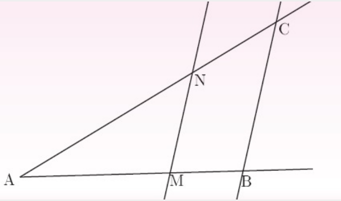
Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles, alors ces triangles sont semblables.

## Exemple




$ABC$ et $A'B'C'$ sont semblables car : $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} = 4$.

# IV. Propriété de Thalès




## Propriété de Thalès

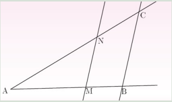
Le point M est sur le segment [AB] et le point N est sur le segment [AC].
Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

# Propriété de Thalès

## Exemple

- On connaît $AM = 5\,\text{cm}$ ; $AN = 6\,\text{cm}$ ; $AB = 8\,\text{cm}$.
- On veut calculer AC.




Les droites (MN)et (BC) sont parallèles et les points A, M et B ainsi que les points A, N et C sont alignés donc, d'après la propriété de Thalès, $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.
On remplace par les valeurs que l'on connaît : $\frac{5}{8} = \frac{6}{AC}$.
On en déduit que $AC = \dfrac{8 \times 6}{5} = 9{,}6\,\text{cm}$.