Triangles

maths-mde.fr

5e

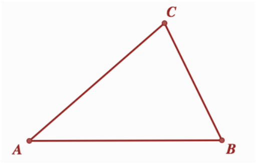
Table des matières

I. Inégalité triangulaire :

Propriété

Dans un triangle ABC, on a :

$$\begin{aligned} AC &\leq AB + BC \\ AB &\leq AC + CB \\ BC &\leq BA + AB \end{aligned}$$



Remarque :

Lorsque $AB = AC + CB$, cela signifie que le point C appartient au segment [AB].

a. Avec la longueur d'un segment et deux angles

Règle

Pour construire un triangle ABC connaissant la longueur d'un côté [AB] et la mesure des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$:

- on trace le segment [AB] ;
- on trace l'angle $\widehat{BAC}$ avec la mesure donnée ;
- on trace l'angle $\widehat{ABC}$ avec la mesure donnée ;
- les deux demi-droites qui ont permis de construire les angles doivent se couper en C.

Exemple

Construire un triangle ABC tel que $\mathrm{AB} = 5\,cm$, $\widehat{BAC} = 45°$et $\widehat{ABC} = 76°$.

b. Avec les longueurs de deux côtés et l'angle entre ces côtés

Règle

Pour construire un triangle ABC connaissant la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ et les longueurs des côtés $[AB]$ et $[AC]$:

- On construit un angle de la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$. On place son sommet : A ;
- sur un des côtés de l'angle, on place B avec la bonne longueur ;
- sur l'autre côté de l'angle, on place C avec la bonne longueur.

Exemple

Construire un triangle ABC tel que $\mathrm{AB} = 5\,cm$, $\mathrm{AC} = 3{,}6\,m$ et $\widehat{BAC} = 51°$.

c. Avec les longueurs des trois côtés

Règle

Pour construire un triangle ABC dont on connaît les longueurs des trois côtés :

- On trace le segment ([AB] par exemple) avec la bonne longueur ;
- on trace le cercle de centre A et de rayon AC ;
- on trace le cercle de centre B et de rayon BC ;
- lorsque les deux cercles se croisent, chaque point d'intersection convient pour C.

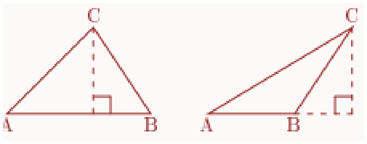
Exemple

Construire un triangle ABC tel que $\mathrm{AB} = 5\,cm$, $\mathrm{AC} = 4{,}2\,cm$ et $\mathrm{BC} = 3{,}6\,cm$.

a. Hauteur d'un triangle

Définition

Dans un triangle, la hauteur relative à un côté est la droite perpendiculaire à ce côté, passant par le sommet opposé à ce côté. La longueur du segment joignant le sommet au segment est appelée *hauteur*.



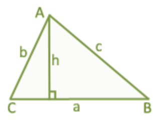
b. Aire d'un triangle

Propriété

L'aire d'un triangle est égale à la moitié du produit de la longueur d'un côté par la hauteur relative à ce côté :

$$\text{Aire du triangle} = \frac{\text{côté} \times \text{hauteur}}{2}$$

Exemples

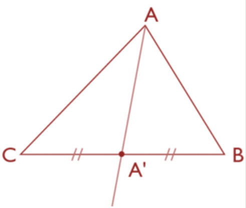


Soit un triangle quelconque ABC avec $BC = 3\ cm$ et la hauteur $AH = 4\ cm$.
L'aire du triangle $ABC = \frac{a \times h}{2} = \frac{3\ cm \times 4\ cm}{2}$.
L'aire du triangle $ABC = 6\ cm^2$.

c. Médiane dans un triangle

Définition

Dans un triangle, la médiane relative à un côté est la droite passant par le milieu de ce côté et par le sommet opposé à ce côté.



Propriété

Une médiane coupe le triangle en deux triangles de même aire.

IV. Somme des angles d'un triangle

Propriété

La somme des mesures des angles dans un triangle est de 180 ˚ .

Exemple

Si $\widehat{A} = 89°$et $\widehat{B} = 50°$, alors $\widehat{C} = 180°$-(50°+89°)=180°-139°=41°.