Transformations

maths-mde.fr

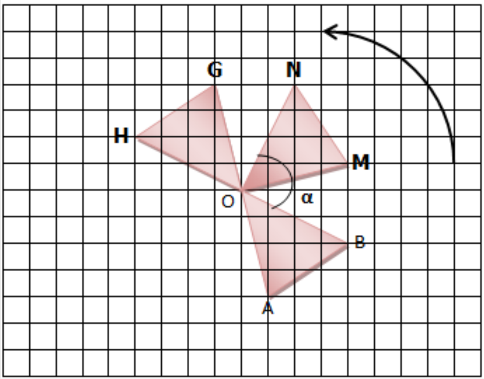
3e

Table des matières

I. Rotation

Définition

Une rotation de centre O et d'angle α permet de faire tourner une figure autour du point O d'un angle α sans la déformer.



Rotation

Exemple

Le triangle OMN est l'image du triangle OAB par la rotation de centre O et d'angle α dans le sens indiqué par la flèche.
Cette rotation transforme O en O, A en M et B en N.
$OB = ON$, $OA = OM$ et $MN = AB$.
$\widehat{MON} = \widehat{AOB}$.
Les triangles OMN et OAB ont la même aire.

Propriété

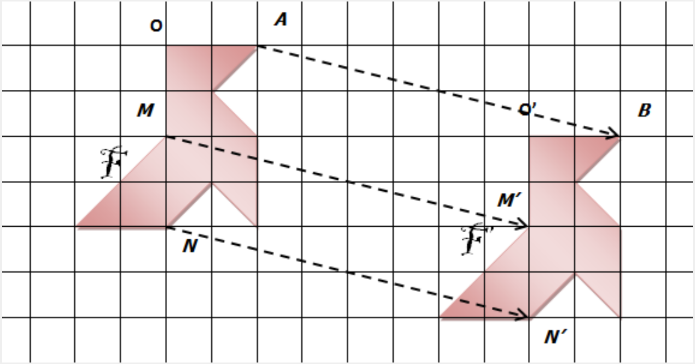
Une rotation conserve : les longueurs, l'alignement, les mesures d'angles et les aires.

Remarques : L'image de O par une rotation de centre O est le point O :On dit que O est invariant.
La rotation de centre O et d'angle 180˚est la symétrie de centre O.

II. Translation

Définition

Une translation permet de faire glisser une figure parallèlement à une droite sans déformer ni retourner cette figure.



Translation

Exemple

La figure $\mathfrak{F}'$ est l'image de la figure $\mathfrak{F}$ par la translation qui transforme A en B.
Cette translation transforme O en O', M en M' et N en N'.
$(AB)//(MM')$ et $(AB)//(NN')$.
$AB = MM' = NN'$.
$\widehat{AOM} = \widehat{BO'M'}$, à titre d'exemple.
Les figures $\mathfrak{F}$ et $\mathfrak{F}'$ ont la même aire.

Propriété

Une translation conserve : les longueurs, l'alignement, les mesures d'angles et les aires.

III. Homothétie

Définition

Transformer une figure par une homothétie de centre O, c'est l'agrandir ou la réduire en faisant glisser ses points le long de droites passant par O.
Une homothétie est définie par un centre et un rapport k non nul.

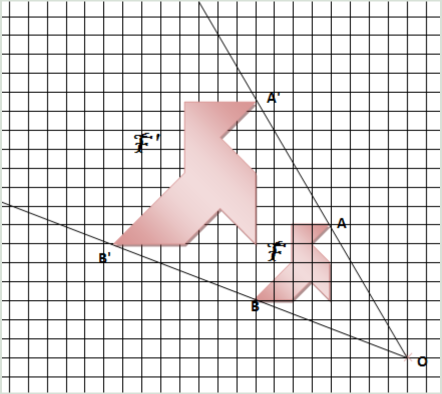
Propriétés

Une homothétie conserve les angles et le parallélisme.
Une homothétie de rapport k transforme un segment $[AB]$ en un segment $[A'B']$.

Exemples

Exemple 1 : $k > 0$

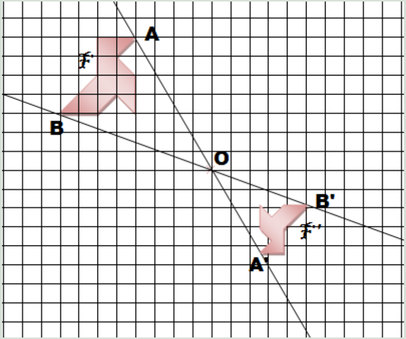
L'image de la cocotte $\mathfrak{F}$ par l'homothétie de centre O et de rapport k positif est la cocotte $\mathfrak{F}'$.



Exemples

Exemple 2 : $k < 0$

L'image de la cocotte $\mathfrak{F}$ par l'homothétie de centre O et de rapport k négatif est la cocotte $\mathfrak{F}'$.



Remarques

Remarques

Dans les deux cas ($k > 0$ et $k < 0$), on retrouve une configuration de Thalès, on a donc :

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB}.$$

Les triangles OAB et $OA'B'$ sont semblables.