

Probabilités

maths-mde.fr

3e

Table des matières

- 1 I. Vocabulaire
- 2 II. Fréquence d'un événement
- 3 III. Probabilité d'un événement
- 4 IV. Probabilité d'événements composés
- 5 V. Arbre de probabilité

I. Vocabulaire

Définitions et exemples

Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'on ne peut pas en prévoir avec certitude le résultat.

On appelle **issue** d'une expérience aléatoire tout résultat de cette expérience.

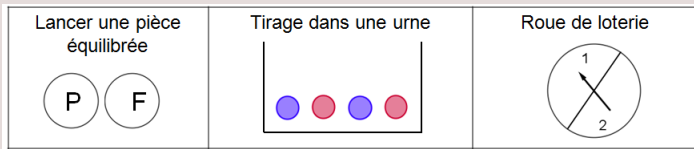
L'ensemble des issues est appelé **univers**.

Tout ensemble d'issues est appelé **événement**.

Un événement **élémentaire** contient une seule issue.

L'événement **certain** contient toutes les issues.

L'événement **impossible** ne contient aucune issue.



II. Fréquence d'un événement

Définition :

On effectue plusieurs fois la même expérience. On décide d'un événement. À chaque expérience, l'événement peut se réaliser ou ne pas se réaliser. Lorsqu'on effectue une expérience plusieurs fois, la fréquence d'apparition d'un événement est le rapport :

$$\frac{\text{nombre de fois où l'événement se réalise}}{\text{nombre d'expériences réalisées}}$$

Remarques :

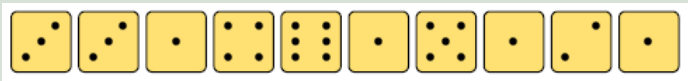
La fréquence d'un événement est un nombre compris entre 0 et 1. Si la fréquence vaut 0, cela signifie que l'événement ne s'est pas réalisé au cours des expériences.

Si la fréquence vaut 1, cela signifie que l'événement s'est réalisé à chaque expérience.

Exemple

Exemple

On lance un dé 10 fois de suite. On obtient les résultats suivants :



La fréquence d'apparition du 1 est $\frac{4}{10} = 0,4$.

III. Probabilité d'un événement

Définition :

Dans une série d'expériences, lorsque la fréquence d'un événement tend à se rapprocher d'une certaine valeur lorsqu'on augmente le nombre d'expériences d'autant que nécessaire, alors cette certaine valeur est appelée la probabilité de l'événement.

Exemple :

Dans un sac, il y a 5 boules rouges et 3 boules vertes. On a autant de chances de tirer une boule qu'une autre.

La probabilité de tirer une boule rouge est $\frac{5}{8} = 0,625$.

Si on réalise l'expérience 10 fois, on obtiendra certainement une fréquence différente de la probabilité.

Si on réalise l'expérience un très grand nombre de fois, on a plus de chances que la fréquence se rapproche de la probabilité 0,625.

IV. Probabilité d'événements composés

On considère l'expérience dans laquelle on tire un objet parmi les objets ci-dessous. Tous les objets ont la même probabilité d'être tirés.



Définition : Événements simultanés

Deux événements sont notés A et B . On note $p(A)$ et $p(B)$ les probabilités des événements A et B .

La probabilité que les événements A et B se réalisent tous deux est notée :

$$p(A \text{ et } B)$$

Exemple

Exemple

On note les événements : A=«Tirer un carré» et B=«Tirer un objet avec un nombre pair». Calculer $p(A)$; $p(B)$ et $p(A \text{ et } B)$.

$$p(A) = \frac{4}{8} = 0,5 \text{ (il y a 4 carrés parmi les 8 objets)}$$

$$p(B) = \frac{5}{8} = 0,625 \text{ (5 objets parmi les 8 ont un nombre pair)}$$

$$p(A \text{ et } B) = \frac{2}{8} = 0,25 \text{ (2 objets parmi les 8 sont des carrés avec un nombre pair)}$$

Association d'événements

Définition : Association d'événements

Deux événements sont notés A et B.

La probabilité que l'un ou l'autre des événements A et B se réalise(nt) est notée :

$$p(A \text{ ou } B)$$

Exemple

En reprenant les mêmes événements A et B que l'exemple précédent, calculer $p(A \text{ ou } B)$.

$p(A \text{ ou } B) = \frac{7}{8} = 0,875$ (1 seul objet sur les 8 n'est ni carré, ni n'a de nombre pair).

Probabilité conditionnelle : «sachant que»

Définition : Probabilité conditionnelle «sachant que»

Deux événements sont notés A et B.

La probabilité de l'événement A, sachant que l'événement B est réalisé est notée :

$$p(A|B)$$

Exemple

En reprenant les mêmes événements A et B que l'exemple précédent, calculer $p(A|B)$ et $p(B|A)$.

$p(A|B) = \frac{2}{5} = 0,4$ (5 objets ont un nombre pair. Parmi ceux-ci, 2 sont des carrés)

$p(B|A) = \frac{2}{4} = 0,5$ (4 objets sont des carrés. Parmi ceux-ci, 2 ont un nombre pair).

Événement contraire

Événement contraire

La probabilité pour qu'un événement A ne se réalise pas est notée $p(\bar{A})$.

Exemple

En reprenant les mêmes événements A et B que l'exemple précédent, calculer $p(\bar{B})$.

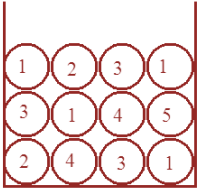
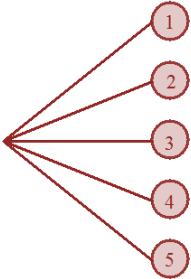
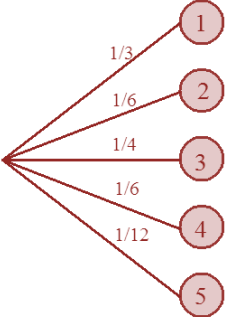
$p(\bar{B}) = \frac{3}{8} = 0,375$ (trois objets parmi les 8 n'ont pas un nombre pair).

Propriété

Soit A un événement, alors :

$$p(A) + p(\bar{A}) = 1.$$

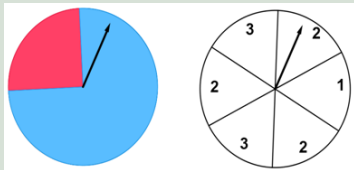
V. Arbre de probabilité

Situation	Arbre des possibles	Arbre pondéré avec les probabilités
<p data-bbox="120 464 445 550">Tirage d'une boule dans l'urne</p> 		

Exemple

Exemple

On considère l'expérience suivante, qui se déroule en deux étapes : d'abord, on fait tourner une roue de loterie (on obtient la couleur **Rouge** avec une probabilité de 0,25 et la couleur **Bleu** avec une probabilité de 0,75). Ensuite, on fait tourner une deuxième roue de loterie (on obtient le numéro 1 avec la probabilité $1/6$, le numéro 2 avec la probabilité $1/2$ et le numéro 3 avec la probabilité $1/3$).

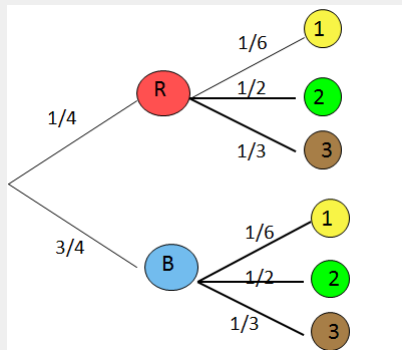


Arbres de probabilités

L'ensemble des issues possibles :

$\{(R,1); (R,2); (R,3); (B,1); (B,2); (B,3)\}$

Arbre pondéré



Probabilités des issues possibles

