Fonction Linéaire & Fonction Affine

maths-mde.fr

3e

Table des matières

1. I. Rappel sur la proportionnalité
2. II. Fonction linéaire
3. III. Fonction affine
4. IV. Déterminer une fonction affine dont on connaît l'image de deux points

I. Rappel sur la proportionnalité

Définition

Dire qu'un tableau est un tableau de proportionnalité signifie que l'on obtient les valeurs de la deuxième ligne en multipliant toutes les valeurs de la première ligne par un même nombre. Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

Propriétés

- Dans un tableau de proportionnalité il y a égalité des produits en croix.
- Toute situation de proportionnalité se représente graphiquement par des points alignés avec l'origine du repère.
- Tout graphique dont les points sont alignés avec l'origine du repère, représente une situation de proportionnalité.

II. Fonction linéaire

Définition

Soit a un nombre réel fixé. On appelle fonction linéaire de coefficient "a" la fonction qui à un nombre x associe le nombre ax. On la note $f : x \longmapsto ax$; on a donc $f(x) = ax$.

Exemples

La fonction $f : x \longmapsto 2x$ est une fonction linéaire de coefficient 2.
La fonction $f : x \longmapsto -3x + 2$ n'est pas une fonction linéaire.
La fonction $f : x \longmapsto 5x^2$ n'est pas une fonction linéaire.

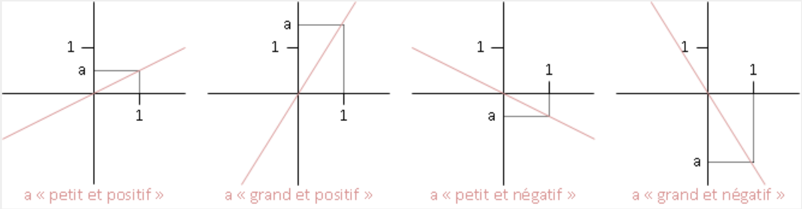
Propriété

le tableau de valeurs d'une fonction linéaire $f : x \longmapsto ax$ est un tableau de proportionnalité car on obtient $f(x)$ en multipliant x par le nombre a, qui est donc le coefficient de proportionnalité.

Représentation graphique

Propriété

Dans un repère du plan, la représentation graphique d'une fonction linéaire de coefficient « a » est une droite qui passe par l'origine du repère et par le point de coordonnées $(1; a)$.
On dit que cette droite a pour équation $y = ax$.
Le nombre «a » est appelé coefficient directeur de la droite.



Représentation graphique

Exemple

Pour construire la représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \longmapsto 3x$, on doit tracer la droite d'équation $y = 3x$.

- On place le point A de coordonnées (1 ; 3).
- On trace la droite qui passe par le point A et par le point O origine du repère.

III. Fonction affine

Définition

Soit a et b deux nombres réels fixés. On appelle fonction affine la fonction qui à un nombre x associe le nombre « $ax + b$ ».
On la note $f : x \longmapsto ax + b$; on a donc $f(x) = ax + b$.

Exemple

$f : x \longmapsto 2x + 5$ est une fonction affine.
$f : x \longmapsto -3x + \frac{7}{2}$ est une fonction affine.
$f : x \longmapsto -5x^2 + 11$ n'est pas une fonction affine.

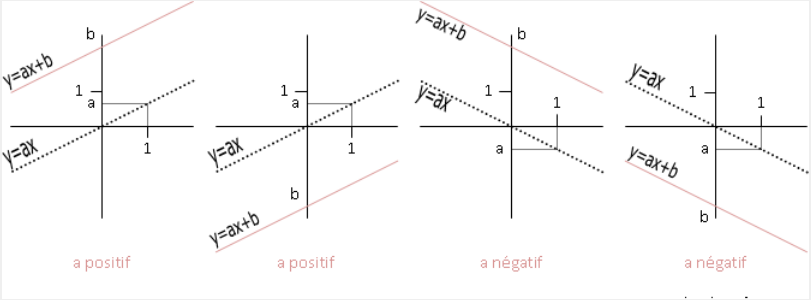
Remarques

- Si $b = 0$, on remarque qu'une fonction linéaire est une fonction affine puisqu'elle peut s'écrire $f : x \longmapsto ax + 0$. La réciproque est fausse une fonction affine n'est pas toujours une fonction linéaire.
- Si $a = 0$, la fonction affine $f : x \longmapsto b$ est appelée fonction constante.

Représentation graphique

Propriété

La représentation graphique de la fonction affine $f : x \longmapsto ax + b$ est une droite. On dit que cette droite a pour équation $y = ax + b$.
Le nombre « a » est appelé le coefficient directeur de la droite.
Le nombre « b » est appelé l'ordonnée à l'origine.



Représentation graphique

Exemple

Pour construire la représentation graphique de la fonction affine $f : x \longmapsto 3x - 2$, on doit tracer la droite d'équation $y = 3x - 2$.
1. On place le point $(0; -2)$; l'ordonnée à l'origine.
2. On cherche un deuxième point dont les coordonnées vérifient l'équation de la droite. On calcule par exemple :
$f(4) = 3 \times 4 - 2 = 10$.
3. On place le point de coordonnées $(4; 10)$.
4. On trace la droite qui passe par ces deux points.

IV. Déterminer une fonction affine dont on connaît l'image de deux points

Propriété

Soit une fonction affine $f : x \longmapsto ax + b$, alors pour tous nombres x_1 et x_2, on a :

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = a.$$

Exemple : Déterminer la fonction f tel que $f(1) = 4$ et $f(-2) = -14$.

On détermine le coefficient a.

$$a = \frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)}$$

Suite de l'exemple

Exemple : Suite

$$a = \frac{4-(-14)}{1+2}$$

$$a = \frac{18}{3}$$

$$a = 6.$$

Donc : $f(x) = 6x + b$.
On détermine à présent le coefficient b.
On a : $f(1) = 6 \times 1 + b = 4$. Donc : $6 + b = 4$;
soit $b = 4 - 6 = -2$.
Par conséquent : $f(x) = 6x - 2$.