

Géométrie dans l'espace

maths-mde.fr

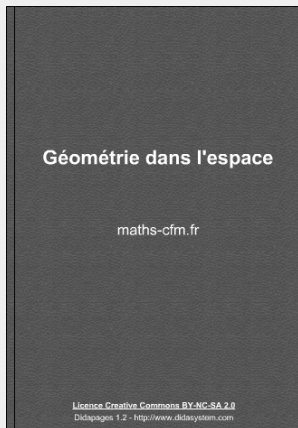
4e

Table des matières

- 1 I. Rappels
- 2 II. Volumes
- 3 III. Agrandissement & Réduction
 - a. Exemple
 - b. Tâche à prise d'initiative (EPI)
- 4 IV. Longitude & Latitude
- 5 V. Repérage dans un pavé droit

I. Rappels

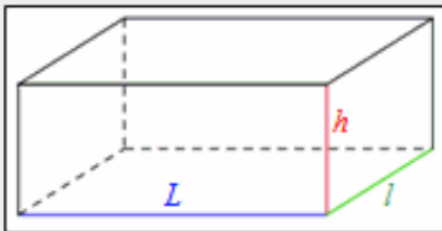
Activités : Voir le livre numérique.



a. Parallélépipède rectangle

Volume d'un parallélépipède rectangle

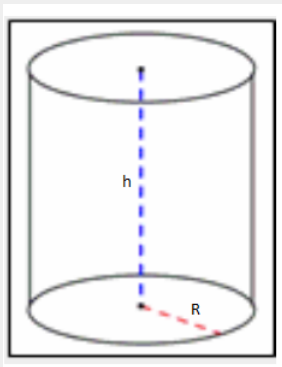
$$V = L \times l \times h.$$



b. Cylindre de révolution

Volume d'un cylindre

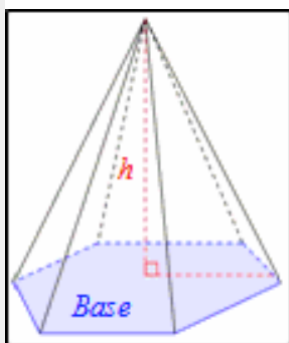
$$V = \pi \times R^2 \times h.$$



c. Pyramide

Volume d'une pyramide

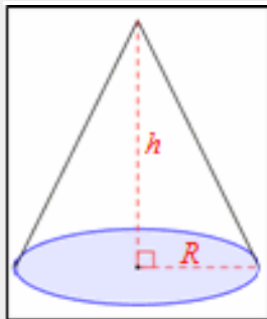
$$V = \frac{1}{3} \times \text{Aire de la base} \times h.$$



d. Cône de révolution

Volume d'un cône

$$V = \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times h.$$



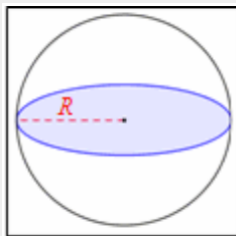
e. Sphère

Volume d'une boule

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3.$$

Aire d'une sphère

$$A = 4 \times \pi \times R^2.$$



f. Application (EPI)

Déterminer les volumes des planètes du système Solaire :

Planète	Rayon (en m)	V (en m^3)
Jupiter	$7,140 \times 10^7$	
Vénus	$6,052 \times 10^6$	
Saturne	$6,000 \times 10^7$	
Mars	$3,397 \times 10^6$	
Mercure	$2,439 \times 10^6$	
Neptune	$2,476 \times 10^7$	
Uranus	$2,556 \times 10^7$	
Terre	$6,373 \times 10^6$	

II. Agrandissement & Réduction

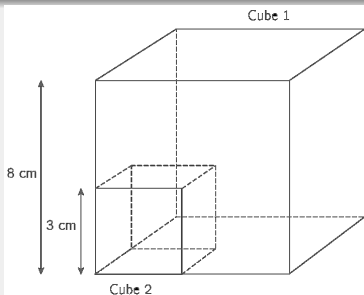
Coefficients d'agrandissement et de réduction

Dans un agrandissement ($k > 1$) ou une réduction ($k < 1$) de coefficient k :

Les longueurs sont multipliées par k ;

Les aires sont multipliées par k^2 ;

Les volumes sont multipliés par k^3 .



a. Exemple

Exemple

On considère une pyramide de hauteur $h = 12 \text{ cm}$ telle que l'aire de sa base est $A = 9 \text{ cm}^2$ et de volume $V = 36 \text{ cm}^3$. Si on réduit cette pyramide de moitié ($k = 0,5$), la nouvelle pyramide :

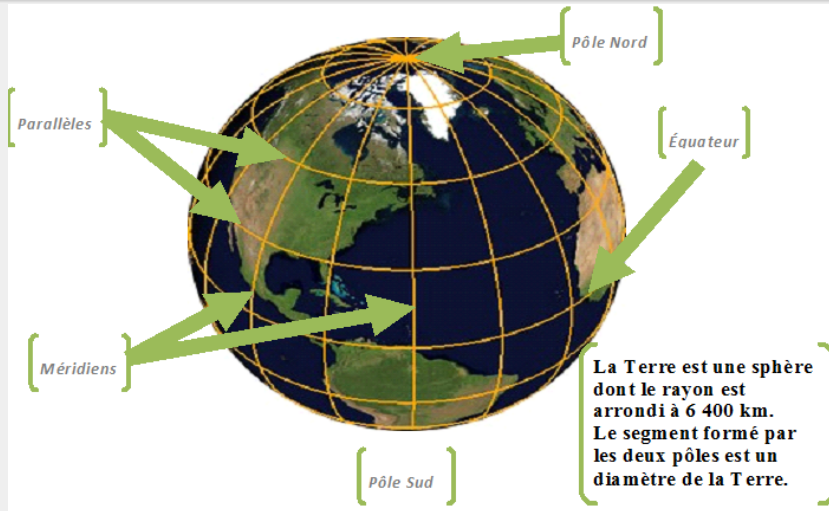
- 1 aura une hauteur : $h' = h \times 0,5 = 12 \times 0,5 = 6 \text{ cm}$,
- 2 aura une base dont l'aire sera :
 $A' = A \times (0,5)^2 = A \times 0,25 = 9 \times 0,25 = 2,25 \text{ cm}^2$,
- 3 aura un volume :
 $V' = V \times (0,5)^3 = A \times 0,125 = 36 \times 0,125 = 4,5 \text{ cm}^3$.

b. Tâche à prise d'initiative (EPI)

On souhaite construire une maquette 3D du système solaire de 1 *m* à 2 *m* de diagonale. Quel coefficient de réduction faut-il choisir pour obtenir des volumes, réduits des planètes, raisonnables.

Planète	Volume réel (en m^3)	Volume réduit (en cm^3)
Jupiter		
Vénus		
Saturne		
Mars		
Mercure		
Neptune		
Uranus		
Terre		

a. La sphère terrestre



a. La sphère terrestre

Définition 1 :

L'équateur est un grand cercle de la Terre ; sa longueur se calcule donc par la formule : $L = 2\pi R$, où R est le rayon de la Terre.

On obtient : $L \approx 2 \times \pi \times 6\,400 \approx 40\,000 \text{ km}$.

Définition 2 :

Tous les **méridiens** sont d'autres grands cercles, passant eux par les deux pôles, et leur longueur est aussi d'environ 40 000 km.

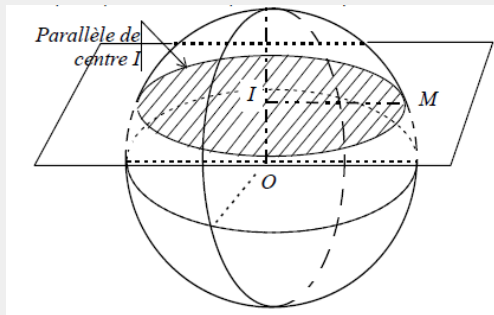
Définition 3 :

Un **parallèle** est un petit disque de la Terre, déterminé par la section de la Terre par un plan parallèle au plan de l'équateur.

a. La sphère terrestre

Propriété

La longueur d'un parallèle dépend de son rayon. Ce rayon dépend de la longueur séparant le centre du parallèle du centre de la Terre.



b. La longitude

Pour repérer un point sur la Terre, on le situe à la fois sur un méridien et sur un parallèle.

Chaque méridien est repéré par rapport à un méridien de référence : le méridien de Greenwich.

Définition 1 :

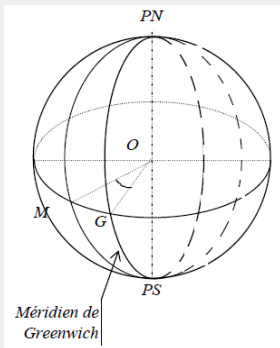
La longitude d'un méridien est un angle compris entre 0° et 180° .
On ajoute une indication de sens pour dire si le méridien est à l'Est ou à l'Ouest du méridien de Greenwich.

On dira donc d'un point qu'il a une longitude de 42° E ou de 138° O, par exemple.

b. La longitude

Exemple

Si M est le point d'un méridien situé sur l'équateur, et G le point du méridien de Greenwich situé sur l'équateur, l'angle \widehat{GOM} est la longitude du méridien passant par le point M .



c. La latitude

Définition

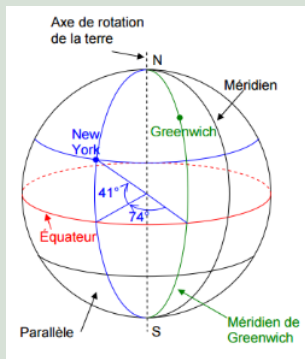
La latitude d'un parallèle est un angle compris entre 0° et 90° . On ajoute une indication de sens pour dire si le parallèle est entre l'équateur et le pôle Nord, ou bien entre l'équateur et le pôle Sud.

On dira donc d'un point qu'il a une latitude de 42° N ou de 38° S, par exemple.

c. La latitude

Exemple

41° N est la latitude de New York .



V. Repérage dans un pavé droit

Propriété

On peut se repérer dans un parallélépipède rectangle, en prenant un de ses sommets comme origine et en notant l'abscisse et l'ordonnée sur la base du pavé droit et l'altitude sur le troisième côté.

Cela forme 3 axes : abscisse, ordonnée et altitude qui permettront de repérer les points à l'aide de triplet.

V. Repérage dans un pavé droit

Exemple

Dans cet exemple, on choisit de prendre : (AB) comme axe des abscisses, (AC) comme axe des ordonnées, (AD) comme axe des altitudes. Les triplets de chaque point sont :

A (0 ; 0 ; 0) c'est l'origine ;

B (5 ; 0 ; 0) ;

E (5 ; 4 ; 0) ;

F (0 ; 4 ; 4).

