

# Identités remarquables

maths-mde.fr

3e

# Table des matières

- 1 I. Les trois identités remarquables
  - a. Première identité remarquable
  - b. Deuxième identité remarquable
  - c. Troisième identité remarquable
  
- 2 II. Développer une expression littérale en utilisant les I.R.
  
- 3 III. Factoriser une expression littérale
  - a. Le facteur commun est apparent
  - b. Le facteur commun n'est pas apparent

## a. Première identité remarquable

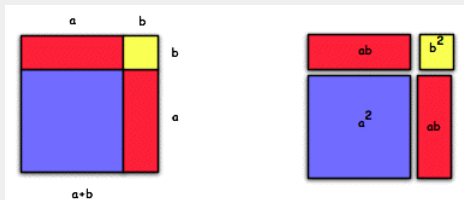
### Propriété

Quels que soient les nombres  $a$  et  $b$ , on a :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

**Démonstration :**

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2. \end{aligned}$$



I. Les trois identités remarquables

II. Développer une expression littérale en utilisant les I.R.

III. Factoriser une expression littérale

a. Première identité remarquable

b. Deuxième identité remarquable

c. Troisième identité remarquable

## Exemples

### Exemples

$$\begin{aligned}21^2 &= (20 + 1)^2 \\ &= 20^2 + 2 \times 20 \times 1 + 1^2 \\ &= 400 + 40 + 1 \\ &= 441 \\ 22^2 &= (20 + 2)^2 \\ &= 20^2 + 2 \times 20 \times 2 + 2^2 \\ &= 400 + 80 + 4 \\ &= 484\end{aligned}$$

## b. Deuxième identité remarquable

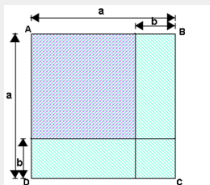
### Propriété

Quels que soient les nombres  $a$  et  $b$ , on a :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

**Démonstration :**

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &= (a - b)(a - b) \\ &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2. \end{aligned}$$



# Exemples

## Exemples

$$\begin{aligned}96^2 &= (100 - 4)^2 \\ &= 100^2 - 2 \times 100 \times 4 + 4^2 \\ &= 10\,000 - 800 + 16 \\ &= 9\,216 \\ 18^2 &= (20 - 2)^2 \\ &= 20^2 - 2 \times 20 \times 2 + 2^2 \\ &= 400 - 80 + 4 \\ &= 324\end{aligned}$$

## c. Troisième identité remarquable

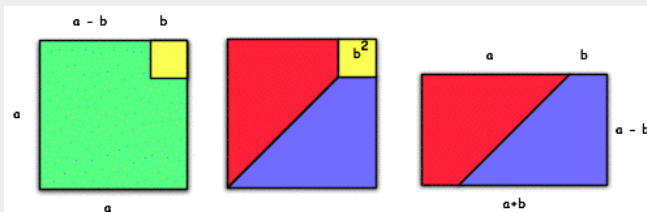
### Propriété

quels que soient les nombres  $a$  et  $b$ , on a :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

**Démonstration :**

$$\begin{aligned} (a + b)(a - b) &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2 \end{aligned}$$



# Exemples

## Exemples

$$\begin{aligned}105 \times 95 &= (100 + 5) \times (100 - 5) \\ &= 100^2 - 5^2 \\ &= 10\,000 - 25 \\ &= 9\,975 \\ 22 \times 18 &= (20 + 2) \times (20 - 2) \\ &= 20^2 - 2^2 \\ &= 400 - 4 \\ &= 396\end{aligned}$$



## II. Développer une expression littérale en utilisant les I.R.

$$\text{Exemple 1 : } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$\begin{aligned}(x + 3)^2 &= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2. \\ &= x^2 + 6x + 9.\end{aligned}$$

$$\text{Exemple 2 : } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$$\begin{aligned}(4 - 3x)^2 &= 4^2 - 2 \times 4 \times 3x + (3x)^2. \\ &= 16 - 24x + 9x^2.\end{aligned}$$

$$\text{Exemple 3 : } (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned}(2x + 3)(2x - 3) &= (2x)^2 - 3^2. \\ &= 4x^2 - 9.\end{aligned}$$

# Exemples

## Exemple 4 : Développer et réduire l'expression $A$

$$\begin{aligned}A &= (2x - 3)^2 + (x + 5)(3 - x) \\ &= 4x^2 - 12x + 9 + 3x - x^2 + 15 - 5x \\ &= 3x^2 - 14x + 24.\end{aligned}$$

## Exemple 5 : Développer et réduire l'expression $B$

$$\begin{aligned}B &= (x - 3)(x + 3) - (4 - 3x)^2 \\ &= x^2 - 9 - (16 - 24x + 9x^2) \\ &= x^2 - 9 - 16 + 24x - 9x^2 \\ &= -8x^2 + 24x - 25.\end{aligned}$$

## a. Le facteur commun est apparent

### Définition

Factoriser une expression, c'est la transformer en produit.

### Exemples

$(x + 1)(3x - 1)$  et  $(5x)(3 + 2x)(1 + x)$  sont des produits.

$(x + 1) \times 3 + (x - 1)$  n'est pas un produit.

### Propriété

Pour factoriser, il faut trouver dans l'expression un facteur commun, puis utiliser la formule de simple distributivité :

$$ka + kb = k(a + b).$$

# Exemples

## Exemple 1

$$\begin{aligned}5x^2 + 3x &= 5x \times x + 3 \times x \\ &= x(5x + 3)\end{aligned}$$

## Exemple 2

$$\begin{aligned}(x - 1)(x + 2) - (x + 2)^2 &= (x - 1)(x + 2) - (x + 2)(x + 2) \\ &= (x + 2)((x - 1) - (x + 2)) \\ &= (x + 2)(x - 1 - x - 2) \\ &= -3(x + 2)\end{aligned}$$

## b. Le facteur commun n'est pas apparent

### Remarque

Pour factoriser, on peut utiliser une identité remarquable.

### Exemple 1 : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$$\begin{aligned}4x^2 + 12x + 9 &= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 \\ &= (2x + 3)^2.\end{aligned}$$

### Exemple 2 : $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 1 &= x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2 \\ &= (x - 1)^2.\end{aligned}$$

## Exemples

$$\text{Exemple 3 : } a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\begin{aligned} 25x^2 - 49 &= (5x)^2 - 7^2 \\ &= (5x - 7)(5x + 7). \end{aligned}$$

$$\text{Exemple 4 : } a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\begin{aligned} (2x + 3)^2 - 64 &= (2x + 3)^2 - 8^2 \\ &= (2x + 3 - 8)(2x + 3 + 8) \\ &= (2x - 5)(2x + 11). \end{aligned}$$

# Exemples

## Exemple 5 : Factoriser l'expression A

$$\begin{aligned}A &= (x + 2)(3x + 5) + (2x + 4)(2x - 1) \\ &= (x + 2)(3x + 5) + 2(x + 2)(2x - 1) \\ &= (x + 2)((3x + 5) + 2(2x - 1)) \\ &= (x + 2)(3x + 5 + 4x - 2) \\ &= (x + 2)(7x + 3)\end{aligned}$$