Calcul littéral

maths-mde.fr

4e

Table des matières

I. Expression littérale

Définitions

Une expression littérale est une expression dans laquelle figure une (ou plusieurs) lettre(s).

Exemple : Un programme de calcul

Choisir un nombre, lui ajouter 5, multiplier le résultat par 2 se traduit par l'expression littérale suivante : $(x+5)\times 2 = 2x+10$.

Propriétés

Le signe $\times$ est facultatif entre :

- un nombre et une parenthèse : $5\times(4+18) = 5(4+18)$,
- un nombre et une lettre : $5\times x = 5x$,
- deux lettres : $a\times x = ax$,
- une lettre et une parenthèse : $k\times(2+14) = k(2+14)$.

II. Substitution

Exemple1

Calculer l'expression « $4 \times (x+2)$ » pour $x = 1,5$.

Pour $x = 1,5$, $\quad 4 \times (x+2) = 4 \times (1,5+2) = 14$.

Exemple 2

L'égalité « $2x + 1 = 5x - 5$ » est-elle vraie pour $x = 2$?

Pour $x = 2$, $\quad 2x + 1 = 2 \times 2 + 1 = 5$

Pour $x = 2$, $\quad 5x - 5 = 5 \times 2 - 5 = 5$

L'égalité est vraie pour $x = 2$.

III. Simplification d'écriture (suppression des parenthèses)

Propriété

a, b et c désignent des nombres. Les parenthèses autour de chaque terme d'une addition peuvent être supprimées.

$$a + (b + c) = a + b + c;$$

$$a + (-b - c) = a - b - c.$$

Exemple

$(3 \times (2 + x)) + (5 - x) = 3 \times (2 + x) + 5 - x$

Attention : dans cette expression $(x + 2) \times (3x + 1) + (5 - x)$, les parenthèses ne peuvent pas être supprimées autour de $(3x + 1)$ car $(3x + 1)$ n'est pas membre d'une addition mais d'une multiplication.

III. Simplification d'écriture (suppression des parenthèses)

Propriété

a, b et c désignent des nombres. Soustraire une somme algébrique revient à ajouter l'opposé de chacun de ses termes :

$$a-(b+c)=a-b-c;$$

$$a-(-b-c)=a+b+c.$$

Exemples

$(5+x)-(3-2x)=\overbrace{5+x}^{\text{pas de changement}}\;\overbrace{-3}^{3\to-3}\;\overbrace{+}^{-\to+}\;2x$

$-(-5x+2+3y-4z)=5x-2-3y+4z$

$6-(x+4)=6-x-4=-x+2.$

$(x+3+2y)-(-x+2y-c)=x+3+2y+x-2y+c=2x+c+3.$

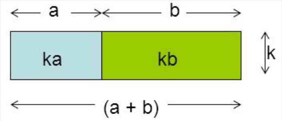
IV. Développement simple

Propriété

a, b et k désignent trois nombres.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$



Exemples : Développer les expressions suivantes

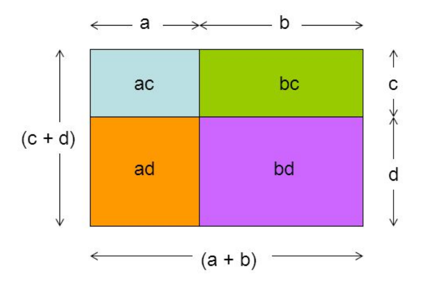
$I = -2(x + 7) = -2x - 14.$
$J = -4(y - 3) = -4y + 12.$

V. Double distributivité

Propriété

a, b, c et d désignent quatre nombres.

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$



V. Double distributivité

Exemples : Développer les expressions suivantes

$K = (x+7)(3x+2)$
$K = x \times 3x + x \times 2 + 7 \times 3x + 7 \times 2$
$K = 3x^2 + 2x + 21x + 14$
$K = 3x^2 + 23x + 14.$

et

$L = (x-4)(2x+5)$
$L = x \times 2x + x \times 5 - 4 \times 2x - 4 \times 5$
$L = 2x^2 + 5x - 8x - 20$
$L = 2x^2 - 3x - 20.$

VI. Factorisation

Définition

Factoriser une expression, c'est la transformer en produit.

Exemples

$$\begin{aligned} 5x^2 + 3x &= 5x \times x + 3x \\ &= x(5x+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-1)(x+2) - (x+2)^2 &= (x-1)(x+2) - (x+2)(x+2) \\ &= (x+2)((x-1)-(x+2)) \\ &= (x+2)(x-1-x-2) \\ &= -3(x+2) \end{aligned}$$