Calcul littéral

maths-mde.fr

3e

Table des matières

1. I. Expression littérale
   - a. Rappels
   - b. Simplification d'écriture (supprimer les parenthèses)
   - c. Développer un produit
   - d. Double distributivité
2. II. Équations du 1er degré à une inconnue
   - a. Les deux règles de résolution
   - b. Quelques exemples
3. III. Équations du 2nd degré à une inconnue
   - a. Équation produit nul
   - b. Équation du type $x^2 = a$

a. Rappels :

Définitions

Une expression littérale est une expression dans laquelle figure une (ou plusieurs) lettre(s).

Exemple : Un programme de calcul

Choisir un nombre, lui ajouter 5, multiplier le résultat par 2 se traduit par l'expression littérale suivante : $(x+5)\times 2 = 2x+10$.

Propriétés

Le signe $\times$ est facultatif entre :

- un nombre et une parenthèse : $5\times(4+18) = 5(4+18)$,
- un nombre et une lettre : $5\times x = 5x$,
- deux lettres : $a\times x = ax$,
- une lettre et une parenthèse : $k\times(2+14) = k(2+14)$.

b. Simplification d'écriture (supprimer les parenthèses)

Propriété

a, b et c désignent des nombres. Soustraire une somme algébrique revient à ajouter l'opposé de chacun de ses termes :

$$a - (b + c) = a - b - c;$$

$$a - (-b - c) = a + b + c.$$

Exemples

$6 - (x + 4) = 6 - x - 4 = -x + 2.$
$5 - (-x\check{}4) = 5 + x + 4 = 9 + x.$
$(x+3+2y)-(-x+2y-c) = x+3+2y+x-2y+c = 2x+c+3.$

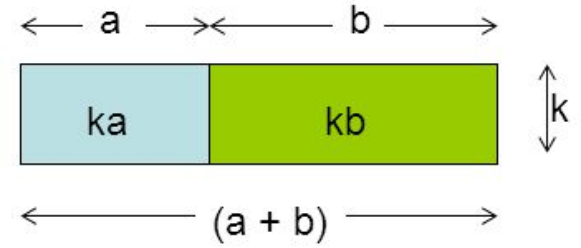
c. Développer un produit

Propriété

a, b et k désignent trois nombres.

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$



Exemples : Développer les expressions suivantes

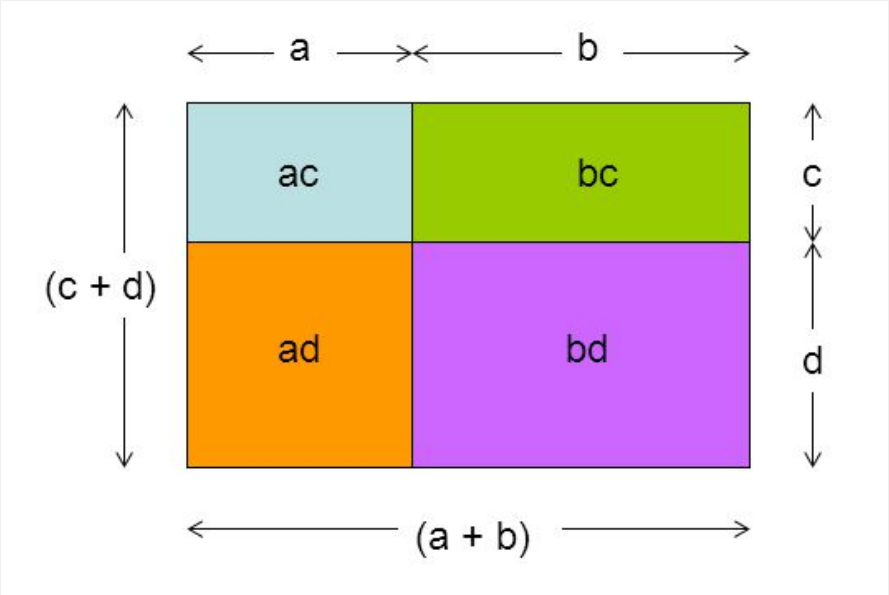
$I = -2(x + 7) = -2x - 14.$
$J = -4(y - 3) = -4y + 12.$

d. Double distributivité

Propriété

a, b, c et d désignent quatre nombres.

$$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$



d. Double distributivité

Exemples : Développer les expressions suivantes

$K = (x+7)(3x+2)$
$K = x \times 3x + x \times 2 + 7 \times 3x + 7 \times 2$
$K = 3x^2 + 2x + 21x + 14$
$K = 3x^2 + 23x + 14.$

et

$L = (x-4)(2x+5)$
$L = x \times 2x + x \times 5 - 4 \times 2x - 4 \times 5$
$L = 2x^2 + 5x - 8x - 20$
$L = 2x^2 - 3x - 20.$

II. Équations du 1er degré à une inconnue

Vocabulaire

Inconnue : c'est une lettre qui cache un nombre cherché $\rightarrow x$.
Équation : c'est une opération « à trous » dont « les trous » sont remplacés par une inconnue $\rightarrow 10x - 2 = 2x + 3$
Résoudre une équation : c'est chercher et trouver le nombre caché sous l'inconnue.
Solution : c'est le nombre caché sous l'inconnue $\rightarrow x = 0,625$.

a. Les deux règles de résolution

Pour résoudre une équation, on peut appliquer les deux règles suivantes :

Règle N1

On ne change pas les solutions d'une équation en ajoutant ou en retranchant un même nombre aux deux membres d'une équation.

Règle N2

On ne change pas les solutions d'une équation en multipliant ou en divisant ses deux membres par un même nombre non nul.

b. Quelques exemples

Exemple 1

Résoudre l'équation suivante : $12x + 4 = -9$.
On élimine $+4$ à gauche en ajoutant dans chaque membre -4 (Règle N1).
$12x + 4 - 4 = -9 - 4$
$12x = -13$
On élimine 12 (qui est multiplié à x) à gauche en divisant chaque membre par 12 (Règle N2).
$\frac{12x}{12} = \frac{-13}{12}$
La solution de cette équation est : $x = \frac{-13}{12}$.

b. Quelques exemples

Exemple 2

Résoudre l'équation suivante : $14x - 13 = -5x + 1$.
Le but est de réunir la « famille des x » dans le membre de gauche et la « famille des nombres » dans le membre de droite.
$4x - 13 + 13 = -5x + 1 + 13$
On élimine -13 à gauche en ajoutant dans chaque membre $+13$ (Règle N1).
$4x = -5x + 14$
On élimine -5x à droite en ajoutant dans chaque membre $+5x$ (Règle N1).
$9x = 14$
On élimine 9 (qui est multiplié à x) à gauche en divisant chaque membre par 9 (Règle N2) : $\frac{9x}{9} = \frac{14}{9}$.
La solution de cette équation est : $x = \frac{14}{9}$.

a. Équation produit nul

Propriété

Si un produit de facteurs est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul.

$$\boxed{\text{Si } A \times B = 0 \text{ alors } A = 0 \text{ ou } B = 0.}$$

Exemple

Résoudre l'équation $(4x + 6)(3 - 7x) = 0$.

Soit $4x + 6 = 0$	Soit $3 - 7x = 0$
$4x = -6$	$-7x = -3$
$x = \frac{-6}{4}$	$x = \frac{-3}{-7}$
$x = \frac{-3}{2}$	$x = \frac{3}{7}$

Les deux solutions de l'équation sont : $x = \frac{-3}{2}$ et $x = \frac{3}{7}$.
On peut noter aussi $S = \{\frac{-3}{2}; \frac{3}{7}\}$.

b. Équation du type $x^2 = a$

Propriété

Les solutions de l'équation $x^2 = a$ (avec $a > 0$) sont :

$$\boxed{-\sqrt{a} \text{ et } \sqrt{a}.}$$

Remarque : si a est négatif l'équation n'admet pas de solution.

Exemple

Résoudre l'équation : $x^2 = 5$.
Les solutions de l'équation sont : $x = \sqrt{5}$ et $x = -\sqrt{5}$.

$$S = \{\sqrt{5}; -\sqrt{5}\}.$$