



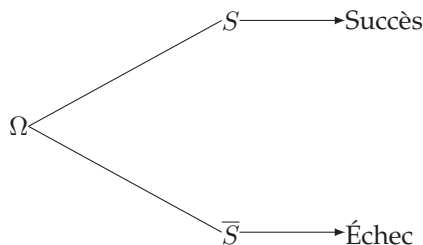
Loi binomiale

L'essentiel : Tie Spé



Épreuve de Bernoulli

Une **épreuve de Bernoulli** est une expérience aléatoire où seules 2 issues sont possibles : le *succès* (S) et l'*échec* ($\bar{S}$).



Loi de Bernoulli

On considère une épreuve de Bernoulli dont le succès est de probabilité p .

On note X la variable aléatoire représentant l'issue de cette épreuve : $X(\Omega) = \{S; \bar{S}\}$.

La loi de probabilité de X est appelée *loi de Bernoulli* et est donnée par le tableau suivant :

$X = k$	S	$\bar{S}$
$P(X = k)$	$1 - p$	p

n factorielle

✧ Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On appelle « **factorielle** » de n le nombre $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n = \prod_{k=1}^n k$.

Par convention, on pose $0! = 1$.

✧ $n!$ est le nombre de **permutations** d'un ensemble contenant n éléments.

C_n^k : Coefficient binomial

Soit $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \{0, 1, \dots, n\}$. On désigne par *coefficient binomial* « k parmi n » le nombre :

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \text{ et } n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n.$$

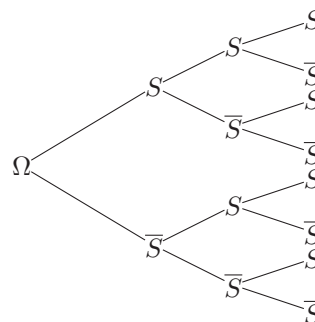
Il désigne par exemple le nombre de sous-ensembles à k éléments pris parmi n éléments distincts.

Triangle de Pascal

$\binom{0}{0}$										1									
$\binom{1}{0}$	$\binom{1}{1}$									1		1							
$\binom{2}{0}$	$\binom{2}{1}$	$\binom{2}{2}$								1		2		1					
$\binom{3}{0}$	$\binom{3}{1}$	$\binom{3}{2}$	$\binom{3}{3}$							1		3		3		1			
$\binom{4}{0}$	$\binom{4}{1}$	$\binom{4}{2}$	$\binom{4}{3}$	$\binom{4}{4}$						1		4		6		4		1	

Schéma de Bernoulli

On répète n fois une même épreuve de Bernoulli dans les mêmes conditions (on dit : *de façon indépendante*). Cette succession d'épreuves est appelée un **schéma de Bernoulli**. On représente un schéma de Bernoulli de la manière suivante :



3 successions d'épreuves de Bernoulli.

Loi binomiale

On considère une épreuve de Bernoulli dont la probabilité du succès est p . On répète n fois de façon indépendante cette épreuve, et on note X la variable aléatoire représentant le nombre de succès à l'issue de cette succession d'épreuves.

On dit que la loi de probabilité de X est la **loi binomiale** de paramètres n et p , et on note $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n; p)$.

Probabilité

Soit X une variable aléatoire suivant la loi $\mathcal{B}(n; p)$. Pour tout entier k compris entre 0 et n , on a :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

Espérance, variance et écart-type

Soit X une variable aléatoire suivant la loi binomiale $\mathcal{B}(n; p)$. Alors,

- ✧ son **espérance mathématique** est : $E(X) = n \times p$;
- ✧ sa **variance mathématique** est : $V(X) = n \times p \times (1-p)$;
- ✧ son **écart-type** est : $\sigma(X) = \sqrt{n \times p \times (1-p)}$.

Exemples : $X \hookrightarrow \mathcal{B}(40; p)$

