1re Spé Maths — Entraînement

Logarithme népérien

Corrigés

Évarite Galois — maths-mde.fr

Exercice 1 :

1. $\ln(8)=\ln\left(2^3\right)=3\ln 2.$
2. $\ln(8)+\ln(32)=\ln\left(2^3\right)+\ln\left(2^5\right)=3\ln 2+5\ln 2=8\ln 2.$
3. $\ln(64)-\ln(8)=\ln\left(2^6\right)-\ln\left(2^3\right)=6\ln 2-3\ln 2=3\ln 2.$
4. $\ln(16)-3\ln(2)=\ln\left(2^4\right)-3\ln 2=4\ln 2-3\ln 2=\ln 2.$

Exercice 2 :

1. $\ln\left(\dfrac{1}{9}\right)=-\ln 9=-\ln\left(3^2\right)=-2\ln 3.$
2. $\ln(81)-2\ln(3)=\ln\left(3^4\right)-2\ln 3=4\ln 3-2\ln 3=2\ln 3.$
3. $\ln\left(\dfrac{3}{\mathrm{e}}\right)=\ln 3-\ln \mathrm{e}=\ln 3-1.$
4. $\ln\left(9\mathrm{e}^2\right)=\ln 9+\ln\left(\mathrm{e}^2\right)=\ln\left(3^2\right)+2=2\ln 3+2.$

Exercice 3 :

1. $f'(x)=1\times\ln x+x\times\dfrac{1}{x}=\ln x+1.$
2. $f'(x)=2\times\dfrac{1}{x}\times\ln x=\dfrac{2\ln x}{x}.$
3. $f'(x)=-\dfrac{\frac{1}{x}}{(\ln x)^2}=-\dfrac{1}{x(\ln x)^2}.$
4. $f'(x)=\dfrac{4\times\frac{1}{x}\times x^2-4\ln x\times 2x}{x^4}=\dfrac{4x-8x\ln x}{x^4}=\dfrac{4-8\ln x}{x^3}.$

Exercice 4 :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}3x=+\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty}3x+\ln x=+\infty.$
2. $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\ln x=-\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\dfrac{1}{x}=+\infty$, donc $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\ln x\times\dfrac{1}{x}=-\infty.$
3. $\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$. $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$, donc $\lim\limits_{x\to+\infty}1-\ln x=-\infty$. On en déduit que $\lim\limits_{x\to+\infty}x(1-\ln x)=-\infty.$
4. $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}3(\ln x)=-\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}x^2=0^2=0$, donc $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}3(\ln x)+x^2=-\infty.$
5. $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\dfrac{1}{x}=+\infty$ et $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\ln x=-\infty$, donc $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}\dfrac{1}{x}-\ln x=+\infty.$

Exercice 5 :

1. Condition d'existence : $x+1>0 \Leftrightarrow x>-1$.
Sous cette condition, on a : $\ln(x+1)=0 \Leftrightarrow \ln(x+1)=\ln 1 \Leftrightarrow x+1=1 \Leftrightarrow x=0$.
Ainsi, $S=\{0\}$.

2. Condition d'existence : $2-3x>0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}>x$
Sous cette condition, on a : $\ln(2-3x)=\ln 4 \Leftrightarrow 2-3x=4 \Leftrightarrow x=-\frac{2}{3}$.
Ainsi, $S=\left\{-\frac{2}{3}\right\}$.

3. Condition d'existence : $4x>0$ et $x-3>0 \Leftrightarrow x>3$.
Sous cette condition, on a : $\ln(4x)=\ln(x-3) \Leftrightarrow 4x=x-3 \Leftrightarrow x=-1$.
Or -1 ne vérifie pas la condition d'existence. Donc, $S=\varnothing$

4. Condition d'existence : $x-1>0$ et $x-2>0 \Leftrightarrow x>2$.
Sous cette condition, on a :

$$\begin{aligned}
\ln(x-1)+\ln(x-2)=\ln 6 &\Leftrightarrow \ln[(x-1)(x-2)]=\ln 6\\
&\Leftrightarrow (x-1)(x-2)=6\\
&\Leftrightarrow x^2-2x-x+2=6\\
&\Leftrightarrow x^2-3x-4=0.\ (*)
\end{aligned}$$

Le discriminant de l'équation $(*)$ est égal à : $\Delta=25$.
Δ étant >0, cette équation admet deux solutions : $x_1=-1$ et $x_2=4$.
Or, x_1 qui ne vérifie pas la condition d'existence. Donc, $S=\{4\}$.

5. Condition d'existence : $x>0$.
Sous cette condition : $\ln x=4 \Leftrightarrow x=\mathrm{e}^4$.
Ainsi, $S=\left\{\mathrm{e}^4\right\}$.

6. Condition d'existence : $2x>0 \Leftrightarrow x>0$.
Sous cette condition : $\ln(2x)=5 \Leftrightarrow 2x=\mathrm{e}^5 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\mathrm{e}^5$.
Ainsi, $S=\left\{\frac{1}{2}\mathrm{e}^5\right\}$.

7. Condition d'existence : $3x>0 \Leftrightarrow x>0$.
Sous cette condition, on a : $\ln(3x)=1 \Leftrightarrow 3x=\mathrm{e}^1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}\mathrm{e}$.
Ainsi, $S=\left\{\frac{1}{3}\mathrm{e}\right\}$.

8. Condition d'existence : $1+x>0 \Leftrightarrow x>-1$.
Sous cette condition : $\ln(1+x)=-2 \Leftrightarrow 1+x=\mathrm{e}^{-2} \Leftrightarrow x=\mathrm{e}^{-2}-1$.
Ainsi, $S=\left\{\mathrm{e}^{-2}-1\right\}$.

Exercice 6 :

1. Condition d'existence : $x+1>0 \Leftrightarrow x>-1$.
Sous cette condition, on a : $\ln(x+1)\leqslant 0 \Leftrightarrow \ln(x+1)\leqslant \ln 1 \Leftrightarrow x+1\leqslant 1 \Leftrightarrow x\leqslant 0$.
Ainsi, $S=]-1\,;0]$.

2. Condition d'existence : $x>0$.
Sous cette condition, on a : $\ln x\geqslant 3 \Leftrightarrow x\geqslant \mathrm{e}^3$.
Ainsi, $S=\left[\mathrm{e}^3\,;+\infty\right[$.

3. Condition d'existence : $x>0$.
Sous cette condition, on a : $1-\ln x\geqslant 0 \Leftrightarrow 1\geqslant \ln x \Leftrightarrow \mathrm{e}^1\geqslant x$.
$S=]0\,;\mathrm{e}]$.

Exercice 7 :

On a : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}} x = 0$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}} \ln x = -\infty$, donc, par somme, on obtient : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}} f(x) = -\infty$.
Par ailleurs, $\lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$, donc, par somme de limites, on obtient : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
f est dérivable sur $]0;+\infty[$ comme somme de deux fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$ (une fonction linéaire et la fonction inverse).
Dès lors, $f'(x) = x + \frac{1}{x}$. Ainsi, f' est strictement positif sur $]0;+\infty[$.
En conséquence, f est strictement croissante sur sur $]0;+\infty[$.

Exercice 8 :

Soit f la fonction définie sur $[0,5\,;+\infty[$ par $f(x) = x(\ln x - 1)$.

1. On sait que : $\lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x - 1 = +\infty$.
Ainsi, par produit de limite, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

2. f est dérivable sur $[0,5\,;+\infty[$, car c'est le produit de deux fonctions dérivables sur $[0,5\,;+\infty[$.
Posons, $u(x) = x$ et $v(x) = \ln(x) - 1$.
On a alors, $u'(x) = 1$ et $v'(x) = \dfrac{1}{x}$.
Dès lors,

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) \\ &= 1 \times (\ln x - 1) + x \times \frac{1}{x} \\ &= \ln x - 1 + 1 \\ &= \ln x. \end{aligned}$$

On déduit alors le tableau de variations suivant.

x	$0,5$		1		$+\infty$
$f'(x) = \ln x$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$0,5(\ln 0,5 - 1)$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

3. On sait que : $\ln x - 1 \geqslant 0 \Leftrightarrow \ln x \geqslant 1 \Leftrightarrow x \geqslant \mathrm{e}^1$.
On déduit alors le tableau de signe suivant.

x	$0,5$		e		$+\infty$
x		$+$		$+$	
$\ln x - 1$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	

On peut également utiliser le théorème des valeurs intermédiaires pour réponde à cette question.

Exercice 9 :

Quand l'oreille d'un individu est soumise à une pression acoustique x, exprimée en bars, l'intensité sonore, exprimée en décibels, du bruit responsable de cette pression est donnée par :

$$f(x) = 8,68 \times \ln x + 93,28$$

1. $f(5) = 107,25$ décibels.

2. f est dérivable sur $]0;+\infty[$, car c'est la composée de deux deux fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$ (la fonction affine $x \longrightarrow 8,69x + 3,28$ et la fonction ln). Ainsi, $f'(x) = 8,68 \times \frac{1}{x}$.
De plus, pour tout $x > 0$, f' reste strictement positif.

3. on a : $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$, donc $\lim\limits_{x \to +\infty} 8,68 \times \ln x = +\infty$ car $8,68 > 0$. En conséquence, par somme, on obtient : $\lim\limits_{x \to +\infty} 8,68 \times \ln x + 93,28 = +\infty$.

   (a) On cherche à connaitre le premier nombre entier x de bars pour lequel l'intensité $f(x)$ dépasse 120 décibels à l'aide d'un script python.
   Pour cela on part d'une pression $x = 1$ que l'on augmente de 1 tant que cela est nécessaire.
   Compléter la 3e ligne du code python ci-dessous pour qu'il réponde au problème :

```python
from math import*
x=1
while 8.68*log(x)+93.28 <=120 :
     x=x+1
print(x)
```

   (b) On a :

$$\begin{aligned} 8,68 \times \ln x + 93,28 = 120 &\Leftrightarrow 8,68 \times \ln x = 26,72 \\ &\Leftrightarrow \ln x = \frac{26,72}{8,68} \\ &\Leftrightarrow x = e^{\frac{26,72}{8,68}}. \end{aligned}$$

   Ainsi, $x \approx 21,72$. En conséquence, le premier entier qui convient est 22 et c'est le résultat qui devrait s'afficher.

Exercice 10 :

La fonction B est dérivable sur $[1;6]$, comme somme de deux fonctions dérivables sur $[1;6]$ (la fonction polynôme $x \longrightarrow -x^2 + 10x - 9$ et la fonction $x \longrightarrow -8\ln(x)$). Ainsi,
$B'(x) = -2x + 10 - 9,8 \times \dfrac{1}{x} = \dfrac{-2x^2 + 10x - 8}{x}$.
Le signe de $B'(x)$ est le même que celui du trinôme $-2x^2 + 10x - 8$.
Le discriminant de ce trinôme est $\Delta = 36$.
Δ étant > 0, ce trinôme admet deux racines : $x_1 = 4$ et $x_2 = 1$. On déduit alors le tableau de variations suivant.

x	1		4		6
$-2x^2 + 10x - 8$	0	+	0	$-$	
x		+		+	
$B'(x)$		$-$	0	+	
$B(x)$	0	$\nearrow$	3,9096	$\searrow$	0,6659

En conséquence, il faudra produire 4 centaines d'objets pour obtenir un bénéfice maximal.

Exercice 11 :

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=3-2x-\ln x$.

1. On a : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}} 3-2x=3$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}}\ln x=-\infty$, donc par somme de limites on obtient : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\x>0}} f(x)=+\infty$.
On a également : $\lim\limits_{x\to+\infty} 3-2x=-\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$, donc par somme de limites on obtient : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

2. La fonction f est dérivable sur $]0;+\infty[$, comme somme de deux fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$ (la fonction affine $x\longrightarrow 3-2x$ et la fonction $x\longrightarrow -\ln(x)$). Ainsi, $f'(x)=-2-\frac{1}{x}$.
Or, pour tout $x>0$; $-2-\frac{1}{x}<0$. Donc, $f'(x)$ est strictement négatif sur $]0;+\infty[$.
En conséquence, f est strictement décroissante sur $]0;+\infty[$.

3. L'équation de la tangente, à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1, est donnée par :
$$\begin{aligned} y &= f'(1)(x-1)+f(1)\\ &= -3(x-1)+1\\ &= -3x+4.\end{aligned}$$

4. Étudions le signe de $f(x)-(3-2x)=-\ln x$.
Sur $]0;1[$, $\ln x<0$ et $-\ln x>0$. La courbe de f est au dessus de la droite D sur $]0;1[$.
Sur $]0;+\infty[$, $\ln x>0$ et $-\ln x<0$. La courbe de f est en dessus de la droite D sur $]0;+\infty[$.

5. Sur $[1\,;2]$, f est continue et strictement décroissante.
De plus, $f(1)=1>0$ et $f(2)\approx -1,7<0$.
Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe une unique valeur x_0 telle que $f(x_0)=0$.
En utilisant la méthode du balayage sur la calculatrice, on obtient : $1,3<x_0<1,4$.
$1,3$ est ainsi une valeur approchée de x_0 à $0,1$ près, par défaut.

6. La fonction dérivée $f':x\longrightarrow -2-\frac{1}{x}$ est dérivable sur $]0;+\infty[$, comme somme de deux fonctions dérivables sur $]0;+\infty[$ (la fonction constante $x\longrightarrow -2$ et la fonction $x\longrightarrow -\dfrac{1}{x}$). Ainsi,
$$f''(x)=-\left(-\tfrac{1}{x^2}\right)=\tfrac{1}{x^2}.$$
Or, pour tout $x>0$, $f''(x)>0$. Donc, f est convexe sur $]0;+\infty[$.

Exercice 12 :

Le but de cet exercice est de s'entrainer sur l'utilisation de la formule $(\ln(u))'=\dfrac{u'}{u}$. C'est à vous de jouer.

1. $f'(x)=\frac{3}{3x-6}=\frac{1}{x-2}$.

2. $f'(x)=\frac{2x}{1+x^2}$.

3. $f'(x)=\frac{-2}{-2x+4}=\frac{1}{x-2}$.

4. $f'(x)=\dfrac{-\frac{1}{x^2}}{3+\frac{1}{x}}=\dfrac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{3x+1}{x}}=-\dfrac{1}{x^2}\times\dfrac{x}{3x+1}=-\dfrac{1}{x(3x+1)}$.

5. $f'(x)=\dfrac{\frac{3\times(x-2)-3x\times 1}{(x-2)^2}}{\frac{3x}{x-2}}=\dfrac{-6}{(x-2)^2}\times\dfrac{x-2}{3x}=\dfrac{-2}{3(x-2)}$.

Exercice 13 :

Une étude portant sur le prix d'un type de cahiers aboutit à la modélisation suivante :
• f est la fonction définie sur $]0\,;\,1]$ par $f(x) = -4\ln x$;
• g est la fonction définie sur $]0\,;\,1]$ par $g(x) = 4\ln(6x+1)$;
• $f(x)$ et $g(x)$ représentent respectivement la quantité de cahiers demandée et offerte, exprimée en milliers, en fonction du prix unitaire x du cahier exprimé en euros.

$\boxed{1}$ On a : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \ln x = -\infty$, donc par produit, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = +\infty$.
Par ailleurs, $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \ln(6x+1) = \ln(1) = 0$ donc $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} g(x) = 0$.

$\boxed{2}$ La fonction f est dérivable sur $]0;1]$, comme produit de deux fonctions dérivables sur $]0;1]$ (la fonction constate $x \longrightarrow -4$ et la fonction $x \longrightarrow \ln(x)$).
La fonction g est dérivable sur $]0;1]$, car c'est la composée de deux fonctions dérivables (la fonction affine $x \longrightarrow 6x+4$ dérivable sur $]0,1]$ et la fonction $x \longrightarrow 4\ln(x)$ dérivable sur $g(]0;1])$).
Ainsi, $f'(x) = \dfrac{-4}{x}$ et $g'(x) = 4 \times \dfrac{6}{6x+1}$.
On peut alors déduire les tableaux de variations suivants.

x	0	1	x	0	1
$f'(x)$	$-$		$g'(x)$	$+$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0	$g(x)$	0 ↗	$4\ln 7$

$\boxed{3}$ On a, pour tout $x \in]0,1]$,

$$\begin{aligned}
f(x) = g(x) &\Leftrightarrow -4\ln x = 4\ln(6x+1) \quad \text{et} \quad 0 < x \leqslant 1\\
&\Leftrightarrow -\ln x = \ln(6x+1) \quad \text{et} \quad 0 < x \leqslant 1\\
&\Leftrightarrow \ln\left(\frac{1}{x}\right) = \ln(6x+1) \quad \text{et} \quad 0 < x \leqslant 1\\
&\Leftrightarrow \frac{1}{x} = 6x+1 \quad \text{et} \quad 0 < x \leqslant 1\\
&\Leftrightarrow 0 = 6x^2 + x - 1 \ (*) \quad \text{et} \quad 0 < x \leqslant 1.
\end{aligned}$$

Le discriminant de l'équation $(*)$ est égal à $\Delta = 25$.
Δ étant > 0, cette équation admet deux solutions : $x_1 = -\dfrac{1}{2}$ et $x_2 = \dfrac{1}{3}$.
Or, $x_1 = -\dfrac{1}{2} \notin]0\,;\,1]$ et $x_2 = \dfrac{1}{3} \in]0\,;\,1]$. Donc, le prix d'équilibre est égal à $\dfrac{1}{3}$.

Exercice 14 :

$\boxed{1}$ Pour tout entier naturel n suffisamment grand, on a :

$$\begin{aligned}
3^n \geqslant 800 &\Leftrightarrow \ln(3^n) \geqslant \ln(800)\\
&\Leftrightarrow n\underbrace{\ln 3}_{+} \geqslant \ln(800)\\
&\Leftrightarrow n \geqslant \frac{\ln(800)}{\ln(3)}.
\end{aligned}$$

Or, $\dfrac{\ln(800)}{\ln(3)} \approx 6,08$ donc le plus petit entier qui convient est $n = 7$.

$\boxed{2}$ Pour tout entier naturel n suffisamment grand, on a :

$$\begin{aligned}
\left(\frac{1}{3}\right)^n \leqslant 0,01 \quad &\Leftrightarrow \quad \ln\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n\right] \leqslant \ln(0,01) \\
&\Leftrightarrow \quad n \underbrace{\ln\left(\frac{1}{3}\right)}_{-} \leqslant \ln(0,01) \\
&\Leftrightarrow \quad n \geqslant \frac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{1}{3}\right)}.
\end{aligned}$$

Or, $\dfrac{\ln(0,01)}{\ln\left(\frac{1}{3}\right)} \approx 4,19$ donc le plus petit entier qui convient est $n = 5$.

$\boxed{3}$ Pour tout entier naturel n suffisamment grand, on a :

$$\begin{aligned}
(1,03)^n \geqslant 2 \quad &\Leftrightarrow \quad \ln\left[(1,03)^n\right] \geqslant \ln(2) \\
&\Leftrightarrow \quad n \underbrace{\ln(1,03)}_{+} \geqslant \ln(2) \\
&\Leftrightarrow \quad n \geqslant \frac{\ln(2)}{\ln(1,03)}.
\end{aligned}$$

Or, $\geqslant \dfrac{\ln(2)}{\ln(1,03)} \approx 23,45$ donc le plus petit entier qui convient est $n = 24$.

$\boxed{4}$ Pour tout entier naturel n suffisamment grand, on a :

$$\begin{aligned}
(0,95)^n \leqslant 0,2 \quad &\Leftrightarrow \quad \ln\left[(0,95)^n\right] \leqslant \ln(0,2) \\
&\Leftrightarrow \quad n \underbrace{\ln(0,95)}_{-} \leqslant \ln(0,2) \\
&\Leftrightarrow \quad n \geqslant \frac{\ln(0,2)}{\ln(0,95)}.
\end{aligned}$$

Or, $\dfrac{\ln(0,2)}{\ln(0,95)} \approx 31,37$ donc le plus petit entier qui convient est $n = 32$.

Exercice 15 :

L'échelle de Richter sert à mesurer la puissance d'un tremblement de terre. La magnitude d'un séisme sur cette échelle est donnée par $M = \log\left(\dfrac{A}{A_0}\right)$ où A représente l'amplitude maximale des ondes relevée par un sismographe et A_0 une amplitude référence.

$\boxed{1}$ On sait que : $\log(x) = \dfrac{\ln(x)}{\ln(10)}$. Dès lors,

$$\begin{aligned}
\log\left(\frac{A}{A_0}\right) = 5 &\Leftrightarrow \frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{\ln(10)} = 5 \\
&\Leftrightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = 5\ln(10) \\
&\Leftrightarrow \ln\left(\frac{A}{A_0}\right) = \ln\left(10^5\right) \\
&\Leftrightarrow \frac{A}{A_0} = 10^5.
\end{aligned}$$

$\boxed{2}$ On sait que : $\log(x) = \dfrac{\ln(x)}{\ln(10)}$. Dès lors,

$$\begin{aligned}
\log\left(\frac{100\times A}{A_0}\right) &= \log(100) + \log\left(\frac{A}{A_0}\right) = \frac{\ln(100)}{\ln(10)} + \log\left(\frac{A}{A_0}\right) \\
&= \frac{\ln(10^2)}{\ln(10)} + \log\left(\frac{A}{A_0}\right) \\
&= \frac{2\ln(10)}{\ln(10)} + \log\left(\frac{A}{A_0}\right) \\
&= 2 + \log\left(\frac{A}{A_0}\right).
\end{aligned}$$

Ainsi, la magnitude augmente de 2.

Exercice 16 :

Pour mesurer la perte de puissance dans une fibre optique, on utilise le coefficient d'atténuation (exprimé en décibels par kilomètre) défini par $A = \dfrac{1}{L} \times 10 \times \log\left(\dfrac{P_e}{P_s}\right)$ où L est la longueur (en kilomètres) de la fibre optique, P_e est la puissance (en mW) du signal lumineux à l'entrée de la fibre et P_s est la puissance (en mW) du signal lumineux à la sortie de la fibre.

$\boxed{1}$ $A = \dfrac{1}{5} \times 10 \times \log\left(\dfrac{5}{3,5}\right) \approx 0,31$ décibels par kilomètre.

$\boxed{2}$ $A = \dfrac{1}{10} \times 10 \times \log(10) = 1$ décibel par kilomètre.

$\boxed{3}$ On a toujours $P_s < P_e$ (la puissance de sortie est toujours inférieure à la puissance d'entrée)
Donc $\dfrac{P_e}{P_s} > 1$ et $\log\left(\dfrac{P_e}{P_s}\right) > 0$. A ne peut donc pas être négatif.