Tle Spé Maths
Entraînement

Équations différentielles

Évarite Galois
maths-mde.fr

Exercice 1 :

Déterminer les solutions sur $\mathbb{R}$ des équations différentielles suivantes :

1. $y' + 0,1y = 0$;
2. $3y' = 5y$;
3. $y' - 8y = 5$;
4. $2y + 3y' - 1 = 0$.

Exercice 2 :

15 mg de pénicilline sont injectés dans le sang d'un patient.
On suppose que l'injection est instantanée et que la vitesse de son élimination est proportionnelle à la quantité restant dans le sang.
On note t le temps écoulé, en minute, après injection de la pénicilline, et $f(t)$ la quantité, en milligramme, de pénicilline présente dans le sang à l'insistant t.
La fonction f, ainsi définie, est la solution de l'équation différentielle $y' = -0,04y$ telle que $f(0) = 15$.

1. En résolvant l'équation différentielle, déterminer $f(t)$.
2. Déterminer la quantité de pénicilline présente dans le sang du patient au bout de 40 minutes.
3. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.
4. Déterminer $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t)$.
5. Déterminer la quantité moyenne de pénicilline présente dans le sang du patient étudié lors des 30 premières minutes.

Exercice 3 :

On note $N(t)$, la vitesse de rotation angulaire (en tours par minute) à l'instant t (en minutes) d'un disque lorsque sa rotation est freinée par un certain liquide.
Sachant que N est la solution de l'équation différentielle $y' = -(\ln 100)y$ telle que $N(0) = 1500$:

1. En résolvant l'équation différentielle, déterminer $N(t)$.
2. Calculer la vitesse de rotation du disque à l'instant $t = 1$ minute.
3. Déterminer le temps nécessaire pour que la vitesse de rotation du disque ne soit plus qu'un tour par minute.

Exercice 4 :

1. Déterminer la solution f sur $[0; +\infty[$, de variable t, de l'équation différentielle $y' + 0,0001y = 0,01$ telle que $f(0) = 20$.
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. Étudier les variations de f sur $[0; +\infty[$.
4. On chauffe un liquide dans une cuve. La température en degrés Celsius du liquide est donnée à l'instant t exprimé en secondes par $f(t)$, où f est la solution de l'équation différentielle déterminée à la question 1. Au bout de combien de temps la température atteint-elle 85C ? Donner la réponse en

heures, minutes et secondes.

Exercice 5 :

Après de violents orages, des eaux de ruissellement contenant 4% de pesticides se déversent dans un bassin aménagé pour la baignade. Un système d'évacuation permet de maintenir dans la bassin un volume d'eau constant de 30 000 litres.

1. On admet que le volume de pesticides, en litres, dans ce bassin en fonction du temps t, exprimé en minutes, est la solution f sur $[0\,;+\infty[$ de l'équation différentielle $y'+0,005y=6$ telle que $f(0)=0$. Déterminer $f(t)$.

2. Des affections cutanées peuvent survenir dès que le taux de pesticide dans le bassin atteint 2%. Au bout de combien de minutes ce taux est-il atteint ?