

## Exercice 1 : (9 points)

Un joueur débute un jeu au cours duquel il est amené à faire successivement plusieurs parties.

La probabilité que le joueur perde la première partie est de 0,2.

Le jeu se déroule ensuite de la manière suivante :

- s'il gagne une partie, alors il perd la partie suivante avec une probabilité de 0,05 ;
- s'il perd une partie, alors il perd la partie suivante avec une probabilité de 0,1.

On appelle :

- $E_1$  l'évènement « le joueur perd la première partie » ;  $E_2$  l'évènement « le joueur perd la deuxième partie » ;
- $E_3$  l'évènement « le joueur perd la troisième partie ».

On appelle  $X$  la variable aléatoire qui donne le nombre de fois où le joueur perd lors des trois premières parties. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.

- 1** Quelles sont les valeurs prises par  $X$  ?
- 2** Montrer que la probabilité de l'évènement ( $X = 2$ ) est égale à 0,031 et que celle de l'évènement ( $X = 3$ ) est égale à 0,002.
- 3** Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
- 4** Calculer l'espérance de  $X$ .
- 5** Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on note  $E_n$  l'évènement : « le joueur perd la  $n$ -ième partie »,  $\overline{E_n}$  l'évènement contraire, et on note  $p_n$  la probabilité de l'évènement  $E_n$ .
  - a**) Exprimer, pour tout entier naturel  $n$  non nul, les probabilités des évènements  $E_n \cap E_{n+1}$  et  $\overline{E_n} \cap E_{n+1}$  en fonction de  $p_n$ .
  - b**) En déduire que  $p_{n+1} = 0,05p_n + 0,05$  pour tout entier naturel  $n$  non nul.
- 6** On considère la suite  $(u_n)$  définie pour tout entier naturel  $n$  non nul par :
 
$$u_n = p_n - \frac{1}{19}.$$
  - a**) Montrer que  $(u_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
  - b**) En déduire, pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $u_n$  puis  $p_n$  en fonction de  $n$ .
  - c**) Calculer la limite de  $p_n$  quand  $n$  tend vers  $+\infty$ .

## Exercice 2 : (6 points)

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points suivants :

$$A(2; -1; 0); B(-1; 1; 1) \text{ et } C(3; -2; -1).$$

- 1** Donner une équation paramétrique de la droite  $(AB)$ .
- 2** Montrer que A, B et C ne sont pas alignés.
- 3** Soit  $E(0; -1; 1)$ . Le point  $E$  appartient-il au plan  $(ABC)$  ?
- 4** La droite  $(d)$  de représentation paramétrique :

$$(d) : \begin{cases} x = 3 - 2t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = 5 + 2t' \end{cases}, \quad t' \in \mathbb{R}$$

est-elle parallèle à  $(AC)$  ?

**5** On considère les deux droites  $(\mathcal{D}_1)$  et  $(\mathcal{D}_2)$  de représentations paramétriques respectives :

$$(\mathcal{D}_1) : \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - 3t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(\mathcal{D}_2) : \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -4 - 2t' \\ z = 1 + t' \end{cases}, \quad t' \in \mathbb{R}.$$

$(\mathcal{D}_1)$  et  $(\mathcal{D}_2)$  sont-elles coplanaires ?