

Exercice 1 : (9 points)

Un joueur débute un jeu au cours duquel il est amené à faire successivement plusieurs parties.

La probabilité que le joueur perde la première partie est de 0,2.

Le jeu se déroule ensuite de la manière suivante :

- s'il gagne une partie, alors il perd la partie suivante avec une probabilité de 0,05 ;
- s'il perd une partie, alors il perd la partie suivante avec une probabilité de 0,1.

On appelle :

- E_1 l'évènement « le joueur perd la première partie » ; E_2 l'évènement « le joueur perd la deuxième partie » ;
- E_3 l'évènement « le joueur perd la troisième partie ».

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de fois où le joueur perd lors des trois premières parties. On pourra s'aider d'un arbre pondéré.

- 1 Quelles sont les valeurs prises par X ?
- 2 Montrer que la probabilité de l'évènement $(X = 2)$ est égale à 0,031 et que celle de l'évènement $(X = 3)$ est égale à 0,002.
- 3 Déterminer la loi de probabilité de X .
- 4 Calculer l'espérance de X .
- 5 Pour tout entier naturel n non nul, on note E_n l'évènement : « le joueur perd la n -ième partie », $\overline{E_n}$ l'évènement contraire, et on note p_n la probabilité de l'évènement E_n .
 - a Exprimer, pour tout entier naturel n non nul, les probabilités des évènements $E_n \cap E_{n+1}$ et $\overline{E_n} \cap E_{n+1}$ en fonction de p_n .
 - b En déduire que $p_{n+1} = 0,05p_n + 0,05$ pour tout entier naturel n non nul.
- 6 On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$u_n = p_n - \frac{1}{19}.$$
 - a Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - b En déduire, pour tout entier naturel n non nul, u_n puis p_n en fonction de n .
 - c Calculer la limite de p_n quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 2 : (6 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points suivants :

$$A(2; -1; 0); B(-1; 1; 1) \text{ et } C(3; -2; -1).$$

- 1 Donner une équation paramétrique de la droite (AB) .
- 2 Montrer que A, B et C ne sont pas alignés.
- 3 Soit $E(0; -1; 1)$. Le point E appartient-il au plan (ABC) ?
- 4 La droite (d) de représentation paramétrique :

$$(d) : \begin{cases} x = 3 - 2t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = 5 + 2t' \end{cases}, \quad t' \in \mathbb{R}$$

est-elle parallèle à (AC) ?

5 On considère les deux droites (\mathcal{D}_1) et (\mathcal{D}_2) de représentations paramétriques respectives :

$$(\mathcal{D}_1) : \begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - 3t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(\mathcal{D}_2) : \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -4 - 2t' \\ z = 1 + t' \end{cases}, \quad t' \in \mathbb{R}.$$

(\mathcal{D}_1) et (\mathcal{D}_2) sont-elles coplanaires ?