Maths Expertes
maths-mde.fr

Automatismes

...../10 - 45 minutes

Lycée
Evariste Galois

Question 1 : (1 point)

Trouver tous les couples $(x, y) \in \mathbb{N}^2$ tels que : $x^2 = y^2 + 17$.

Question 2 : (1 point)

Démontrer que, pour tout entier naturel n, $n^3 - n$ est divisible par 3.

Question 3 : (1 point)

Déterminer tous les couples d'entiers naturels (x, y) tels que :

$$3(x-2) = 5(y+3).$$

Question 4 : (1 point)

Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, les nombres suivants sont premiers entre eux : $11n + 6$ et $9n + 5$.

Question 5 : (1 point)

Donner le reste de la division par 13 du nombre 100^{1000}.

Question 6 : (1 point)

Démontrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $2^{3n} - 1 \equiv 0\ [7]$.

Question 7 : (1 point)

Résoudre dans $\mathbb{Z}$:

$$1665x + 1035y = 45.$$

Question 8 : (1 point)

Soient a, b et c trois entiers impairs. Déterminer le reste modulo 8 de $a^2 + b^2 + c^2$ et celui de $2(ab + bc + ca)$.

Question 9 : (1 point)

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$ est divisible par 120.

Question 10 : (1 point)

Résoudre dans $\mathbb{Z}$: $\begin{cases} 3x & \equiv 1 \quad [5] \\ 5x & \equiv 1 \quad [7] \end{cases}$.