Calcul algébrique

Évarite Galois
maths-mde.fr

Exercice 1 :

Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer et réduire les expressions suivantes.

1. $A(x) = (2-3x)(1+2x)$.
2. $B(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)(4x-3)$.
3. $C = (3-\sqrt{2})(2\sqrt{2}+1)$.

Exercice 2 :

Développer et réduire les expressions numériques suivantes.

1. $A = (2\sqrt{3}+3)^2$.
2. $B = \left(\sqrt{5}-1\right)^2$.
3. $C = (\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$.
4. $D = \left(1-2\sqrt{3}\right)^4$.

Exercice 3 :

Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer et réduire les expressions suivantes.

1. $A(x) = (3x-5)^2$.
2. $B(x) = (2-3x)(3x+2)$.
3. $C(x) = (2x-1)^4$.
4. $D(x) = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$.
5. $D(x) = (x+1)^3$.
6. $E(x) = (x-2)^3$.

Exercice 4 :

Factoriser dans $\mathbb{R}$ les expressions suivantes.

1. $A(x) = (x+2)^2 - (2x+4)(x-1)$.
2. $B(x) = 4x^2 - 12x + 9$.
3. $C(x) = (x+1)^2 - (3x+2)^2$.

Exercice 5 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les systèmes suivants d'inconnues x et y.

1. $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+y=1 \end{cases}$.
2. $\begin{cases} 2x-4y=5 \\ 3x+y=-3 \end{cases}$.
3. $\begin{cases} 2x+3y=-1 \\ x-2y=5 \end{cases}$.
4. $\begin{cases} 3x+4y=-7 \\ 2x+3y=-6 \end{cases}$.

Exercice 6 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $(x+2)^2 = (1-3x)^2$.
2. $5x^2+9x-2=0$.
3. $x^2+1=2x$.
4. $x^2-3x+1=3x^2-8x-2$.

Exercice 7 :

Après avoir déterminé une racine évidente du trinôme x^2-6x-7, calculer la deuxième racine sans utiliser le discriminent.

Exercice 8 :

Soit P la fonction polynôme de degré 3 définie, pour tout réel x, par $P(x)=15x^3-x^2-12x+4$.

1. Montrer que -1 est une racine de P.
2. Déterminer les réels a, b et c tel que, pour tout réel x, $P(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$.

Exercice 9 :

On considère le trinôme suivant :

$$(m+3)x^2+2(3m+1)x+(m+3).$$

Pour quelles valeurs de m a-t-il une racine double ?
Calculer alors cette racine.

Exercice 10 :

On considère l'équation :

$$(2m+1)x^2+(m-1)x+(m+4)(m-1)=0. \qquad (E_m)$$

1. Pour $m=0$, donner les solutions de (E_0).
2. Pour quelles valeurs de m l'équation (E_m) admet-elle une unique solution ?
3. Pour quelles valeurs de m l'équation (E_m) admet-elle $x=1$ pour solution ?

Exercice 11 :

On considère le polynôme $P(x)=2x^3+7x^2+7x+2$.

1. Vérifier que $x=-2$ est une racine de P.
2. Factoriser alors $P(x)$ sous la forme
$$P(x)=(x+2)Q(x),$$
où Q est un trinôme de degré 2.
3. Résoudre alors l'équation $P(x)=0$.

Exercice 12 :

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $x^2+x+1<0$;
2. $2x^2-5x+3\leqslant 0$;
3. $-x^2+3x-2>0$;
4. $-5x^2-9x+3\leqslant 0$;
5. $3x^2-7x+10\geqslant 0$;
6. $4x^2-20x+25>0$;
7. $\dfrac{1-4x}{x^2-3x+2}\geqslant 0$;
8. $(2x-3)(-2x^2+5x+3)<0$.