Maths Expertes
maths-mde.fr

# Devoir Surveillé $n^\circ$ 1

**...../20**

Lycée
Evariste Galois

## Exercice 1 : (3 points)

Mettre les conjugués des deux nombres complexes suivants sous la forme algébrique.

**1** $z_1 = \left(\dfrac{i}{1-i}\right)^2.$

**2** $z_2 = \dfrac{1+i}{7+i} + \dfrac{5}{1-i}.$

## Exercice 2 : (4 points)

Les quatre questions sont indépendantes.

**1** Donner la forme algébrique de la somme : $S = \sum_{k=0}^{234} i^k = 1 + i + i^2 + \cdots + i^{234}$.

**2** Donner la forme algébrique de : $(1-2i)^5$.

**3** Donner une forme algébrique de : $\sqrt{2i+3}$.

**4** Résoudre le système suivant, d'inconnues complexes $z_1$ et $z_2$ :

$$\begin{cases} 2\overline{z_1} + 3\overline{z_2} & = & 5+3i \\ z_1 - 3z_2 & = & 4+6i \end{cases}.$$

## Exercice 3 : (2 points)

Soit $x$ un réel et $z = 2x^2 - x - 1 + i(10x^3 - 2x)$.

**1** Déterminer les valeurs de $x$ pour lesquelles $z$ est un imaginaire pur. Que vaut alors $z$ ?

**2** Existe-t-il des valeurs de $x$ pour lesquelles $z$ est réel ? Que vaut alors $z$ ?

## Exercice 4 : (2,5 points)

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les deux équations suivantes en donnant les solutions sous forme algébrique.

**1** $(3-5i)z = 7 - z.$

**2** $4z - 2i\overline{z} = -5 - 3i.$

## Exercice 5 : (2,5 points)

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les deux équations suivantes en donnant les solutions sous la forme algébrique.

**1** $2z^2 - 5z + 7 = 0.$

**2** $z^2 + 2\overline{z} - 1 = 0.$

## Exercice 6 : (3 points)

On pose pour tout complexe $z$ : $f(z) = 2z^3 - 3z + 5i$.

**1** Montrer que $i$ est une racine de $f$.

**2** Déterminer les nombres $a$, $b$ et $c$ tels que : $f(z) = (z-i)(az^2 + bz + c)$.

**3** Résoudre alors dans $\mathbb{C}$, l'équation : $f(z) = 0$.

## Exercice 7 : (3 points)

Soit la suite de nombres complexes $(z_n)$ définie dans $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} z_0 = 0 \\ z_{n+1} = \dfrac{1}{2}i \times z_n + 5. \end{cases}$

Soit $(u_n)$ la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = z_n - (4+2i)$.

**1** Exprimer $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$. En déduire la nature de $(u_n)$.

**2** Déterminer $u_n$ puis $z_n$ en fonction de $n$.