

## Devoir Maison n°2

## Exercice 1 : (3 points)

Simplifier l'expression, où  $\theta \in \mathbb{R}$ ,

$$\left(\frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}\right)^2 + \left(\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}\right)^2.$$

Etait-ce prévisible sans calcul ?

## Exercice 2 : (4 points)

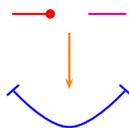
Soit  $p$  et  $q$  deux nombres réels.

- Factoriser  $e^{i\frac{p+q}{2}}$  dans la somme  $e^{ip} + e^{iq}$ .
- En déduire une factorisation de  $\cos(p) + \cos(q)$  et de  $\sin(p) + \sin(q)$ .
- Résoudre dans l'intervalle  $] -\pi; \pi]$  l'équation :  $\cos(x) + \cos(3x) = 0$ .

## Exercice 3 : (4 points)

Soit  $P$  le polynôme défini par :  $P(z) = z^3 - (2+i)z^2 + 2(1+i)z - 2i$ .

- Calculer  $P(i)$ .
- Trouver deux nombres réels  $p$  et  $q$  tels que  $P(z) = (z-i)(z^2 + pz + q)$ .
- Déterminer alors toutes les racines du polynôme  $P$ .



Bon courage!