Fonctions

AP

Évarite Galois
maths-mde.fr

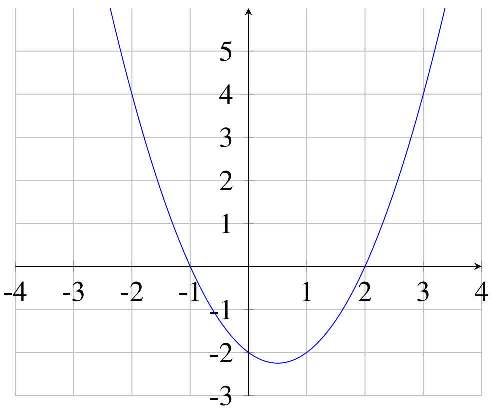
Exercice 1 :

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$.

1. Montrer que pour tout x réel :
   (a) $f(x) = -2(x+1)(x-3)$.
   (b) $f(x) = -2(x-1)^2 + 8$.
2. Déterminer l'image de 1 puis de -2 par f.
3. Déterminer l'image de $\sqrt{3}$ par f.
4. 6 est-il un antécédent de 0 ?
5. Résoudre $f(x) = 0$.
6. Déterminer les antécédents de 6 par f.
7. Le point $\mathrm{A}(4;-8)$ appartient-il à la courbe de f ?
8. Montrer que pour tout x réel, $f(x) \leqslant 8$.

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x - 2$. On a représenté ci-dessous la courbe de cette fonction :



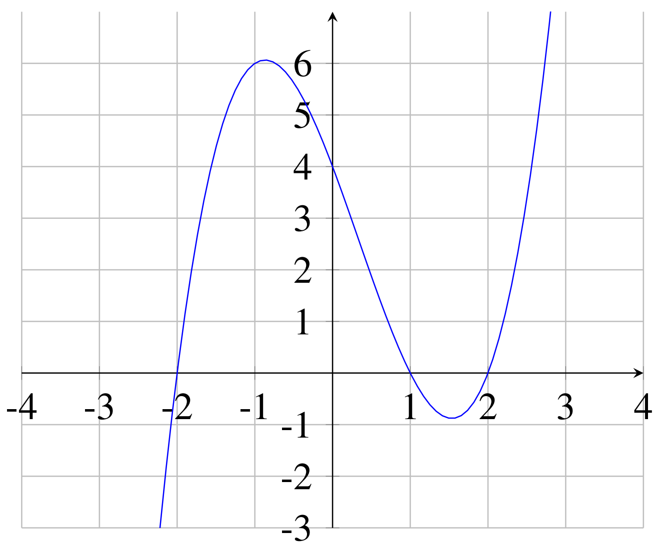
1. Avec la précision permise par le graphique, déterminer graphiquement les antécédents éventuels de 0, puis ceux de 4 puis ceux de -2.
2. Démontrer que pour tout réel x :
   (a) $f(x) = (x-2)(x+1)$.
   (b) $x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3)$.
3. En utilisant si besoin les réponses à la question 2., déterminer par le calcul :
   (a) les antécédents éventuels de 0.
   (b) les antécédents éventuels de 4.
   (c) les antécédents éventuels de -2.

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4.$$

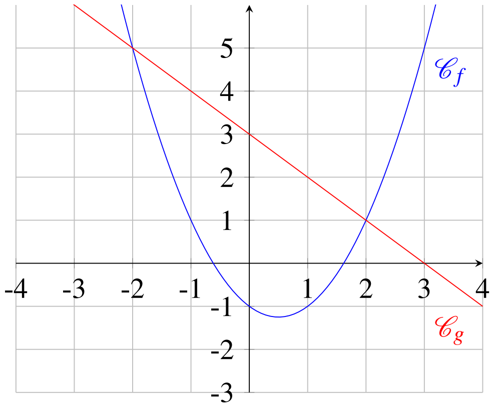
On a représenté ci-contre la courbe de cette fonction :



1. Avec la précision permise par le graphique, résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
2. Démontrer que pour tout réel x :
$$f(x) = (x-2)(x-1)(x+2).$$
3. En déduire les solutions de l'équation
$$f(x) = 0.$$
4. Comparer avec les résultats de la question 1.

Exercice 4 :

Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2 - x - 1$ et $g(x) = 3 - x$.
On a représenté dans le repère ci-dessous les courbes des fonctions f et g notées respectivement $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$:



1. Résoudre graphiquement l'équation :

$$f(x) = g(x).$$

2. Résoudre algébriquement l'équation :

$$f(x) = g(x).$$

Exercice 5 :

On se place dans un repère orthonormé $(O; I, J)$. on considère deux points $A(3;2)$ et $B(7;-2)$. On considère la fonction affine f vérifiant $f(3) = 2$ et $f(7) = -2$.

1. Déterminer une expression algébrique de la fonction f.
2. Représenter graphiquement l'hyperbole d'équation $y = \dfrac{4}{x}$.
3. Vérifier que pour tout réel x on a : $x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4)$.
4. Graphiquement, quelles sont les coordonnées des points d'intersection de cette hyperbole et de la droite représentant la fonction f ? Retrouver ces résultats par le calcul.

Exercice 6 :

1. Représenter dans un même repère orthonormé les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ représentant les fonctions f et g définies de la façon suivante :
   $f(x) = \dfrac{2}{x}$ pour tout réel x non nul.
   $g(x) = 2x - 3$ pour tout réel x.
2. Vérifier que les points $A(2;1)$ et $B\left(-\dfrac{1}{2}; -4\right)$ sont communs à $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
3. En déduire, graphiquement, les solutions de l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$.

Exercice 7 :

On considère deux nombres réels non nuls a et b, dont la somme n'est pas nulle, et la fonction inverse f.
On s'intéresse aux couples de nombres $(a;b)$ vérifiant la relation :

$$f(a+b) = f(a) \times f(b). \qquad (E)$$

1. Montrer que le couple $\left(-2; \dfrac{2}{3}\right)$ vérifie la relation (E).
2. Peut-on trouver un couple de la forme $(1;b)$ qui vérifie la relation (E).
3. On suppose que le couple $(a;b)$ vérifie la relation (E). Exprimer b en fonction de a.