Série d'exercices

Corrigés Classe : Seconde Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Sachant que le plan est muni d'une base $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$, compléter les équivalences suivantes :

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\7\end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} = \ldots\ldots\,\vec{i} + \ldots\ldots\,\vec{j}$
2. $\vec{u}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\\ldots\ldots\end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} = -4\vec{i} + 6\vec{j}$
3. $\vec{u}\begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\\sqrt{5}\end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} = \ldots\ldots\,\vec{i} + \ldots\ldots\,\vec{j}$
4. $\vec{u}\begin{pmatrix}\ldots\ldots\\\ldots\ldots\end{pmatrix} \Leftrightarrow \vec{u} = -3\vec{j}$

Exercice n°2

Dans le plan muni d'un repère, on considère les vecteurs :
$\vec{u}\begin{pmatrix}-5\\7\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\6\end{pmatrix}$.
Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{u}+\vec{v}$ et $2\vec{u}-3\vec{v}$:
$\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}\\\end{pmatrix}$ $\qquad 2\vec{u}-3\vec{v}\begin{pmatrix}\\\end{pmatrix}$.

Exercice n°3

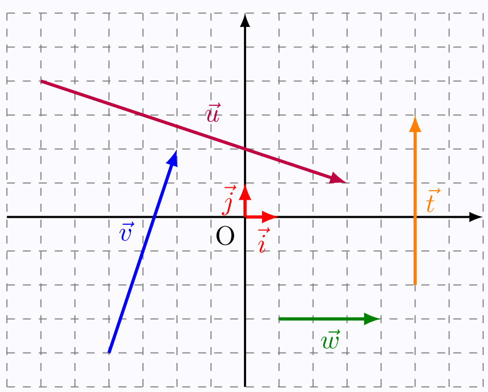
Soit $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$; $\vec{w}\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{3}{4}\end{pmatrix}$ dans une base du plan.

Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants :

$\vec{u}+\vec{v}$; $\vec{u}-\vec{v}$; $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$; $\frac{1}{2}\vec{u}+\vec{w}$; $3\vec{u}-2\vec{v}$; $4\vec{w}-\frac{1}{2}\vec{v}$.

Exercice n°4

Le plan est muni de la base orthonormée $\left(\vec{i},\vec{j}\right)$, déterminer graphiquement les coordonnées de $\vec{u}$, $\vec{v}$; $\vec{w}$ et $\vec{t}$.



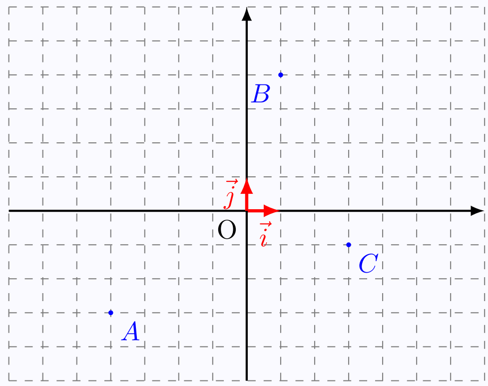
Exercice n°5

Sachant que le plan est muni d'une base orthonormée, calculer la norme de $\vec{u}$ dans les cas suivants :

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}-\sqrt{2}\\3\end{pmatrix}$ c) $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\-1\end{pmatrix}$

Exercice n°6

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.



1. Placer le représentant du vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ partant du point A.
2. Placer le représentant du vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\-6\end{pmatrix}$ partant du point B.
3. Placer le représentant du vecteur $\vec{w}\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}$ partant du point C.

Exercice n°7

Le plan étant muni d'une base orthonormée, calculer la norme de $\vec{u}$ dans les cas suivants :

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}6\\8\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}-\sqrt{2}\\3\end{pmatrix}$ c) $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\-1\end{pmatrix}$

Exercice n°8

Le plan étant muni d'une base, déterminer si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires dans les cas suivants :

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}8\\-4\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\3\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}\\4\end{pmatrix}$

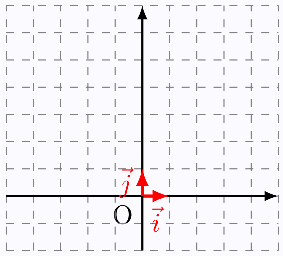
c) $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ d) $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{3}\\-1\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\\sqrt{3}\end{pmatrix}$

e) $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{2}\\-2\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\3\sqrt{2}\end{pmatrix}$

f) $\vec{u}\begin{pmatrix}\sqrt{3}-2\\1\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\\sqrt{3}+2\end{pmatrix}$

Exercice n°9

1. Dans le repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ci-dessous, placer les points
$A\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.



2. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CB}$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $OABC$?

Exercice n°10

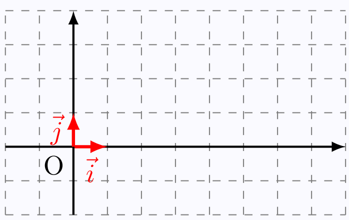
Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, on considère les points
$A\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $C\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $D\begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}$.
Déterminer les coordonnées des vecteurs suivants.

a) $\overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{AC}$ c) $\overrightarrow{BD}$

d) $3\overrightarrow{BC}$ e) $-2\overrightarrow{BC}+3\overrightarrow{AD}$ f) $2\,\overrightarrow{DB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Exercice n°11

a) Dans le repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ ci-dessous, placer les points $A\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$.



b) Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

c) Déterminer les coordonnées du point E tel que $ADEC$ soit un parallélogramme.

Exercice n°12

Dans le plan muni d'un repère, on considère les points $A\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB}$.
2. Déterminer les coordonnées du point N tel que N soit le milieu de $[AC]$.
3. Déterminer les coordonnées du point P tel que
$2\,\overrightarrow{AB}+3\,\overrightarrow{CP}=\vec{0}$.

Exercice n°13

Déterminer si les points A, B et C sont alignés ou non dans les cas suivants :

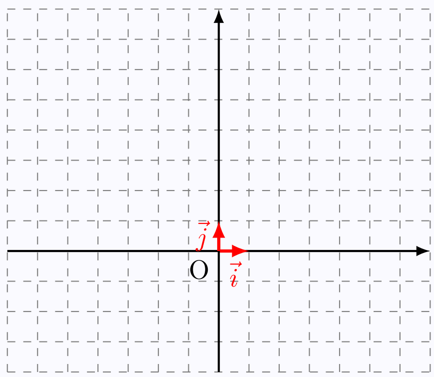
a) $A\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix} 15 \\ 5 \end{pmatrix}$.

b) $A\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 3 \end{pmatrix}$.

c) $A\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$ $B\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ $C\begin{pmatrix} \frac{17}{2} \\ -5 \end{pmatrix}$.

Exercice n°14

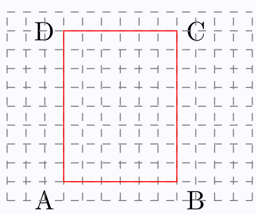
1. Dans le repère orthonormé ci-dessous, placer les points $A\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $C\begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $D\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.



2. Calculer les coordonnées des points E et F tels que $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF}=3\,\overrightarrow{AD}$. Placer E et F.
3. Montrer que les points C, E et F sont alignés.
4. Calculer les distances AB, AC et BD.

Exercice n°15

Soit $ABCD$ un rectangle, I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[AD]$, M le point tel que $\overrightarrow{JM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et N le point tel que $\overrightarrow{IN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$.



On se place dans le repère $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$.

1. Déterminer, sans calcul, les coordonnées des points I, J, M et N.
2. Montrer que les points A, M et N sont alignés et que les droites (DM) et (BN) sont parallèles.