8 Série d'exercices

Généralités sur les fonctions

Corrigés Classe : Seconde Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Compléter le tableau suivant :

En français	En mathématiques
L'image de 2 est 3	$f(\cdots\cdots) = \cdots\cdots$
1 est l'image de 8	$f(\cdots\cdots) = \cdots\cdots$
5 est l'antécédent de 4	$f(\cdots\cdots) = \cdots\cdots$
13 a pour antécédent -7	$f(\cdots\cdots) = \cdots\cdots$

Exercice n°2

Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	$f(x)$
0	5
1	-2
2	-5
3	5
4	10

Compléter :

a. 1 a pour $\cdots\cdots\cdots$ -2.
b. 0 et 3 sont $\cdots\cdots\cdots$ de 5.
c. 10 a pour $\cdots\cdots\cdots$

Exercice n°3

Voici un tableau de valeurs d'une fonction g.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	5	2	1	-3	-4	5	3	4	-4

1. Quelle est l'image de 3 par la fonction g ?
2. Quel nombre a pour image -3 par la fonction g ?
3. Quels sont les nombres qui ont la même image par la fonction g ?
4. Dans un repère, placer les points correspondants aux valeurs du tableau ci-dessus.

Exercice n°4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{1}{2}x - 1$.

⋆ Calculer l'image de 8 par f.
⋆ Déterminer l'antécédent -3 par f.

Exercice n°5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 1$.

⋆ Calculer l'image de -1 par f.
⋆ Déterminer les antécédents 3 par f.

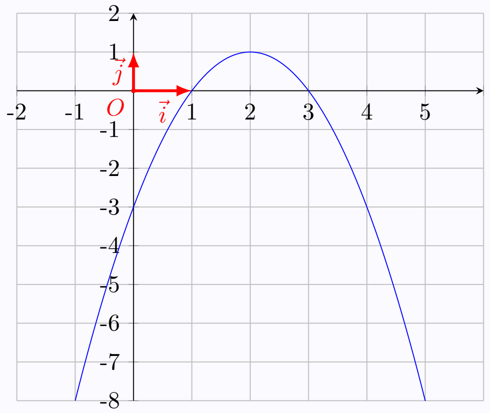
Exercice n°6

Soit f la fonction définie sur $]2; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$.

1. Calculer les images par f de 3 et 5 .
2. Déterminer les antécédents éventuels par f de 3.

Exercice n°7

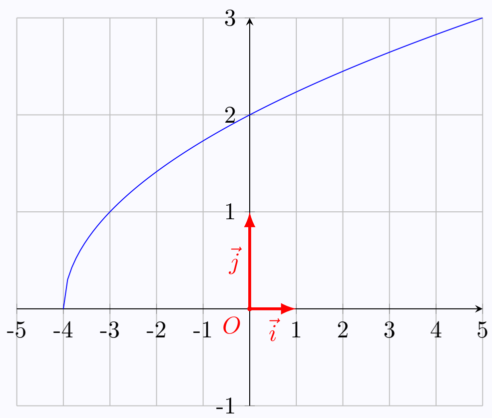
Soit f la fonction définie sur $[-1; 5]$ dont la courbe est donnée ci-dessous.



1. Déterminer graphiquement les valeurs de $f(-1)$, $f(0)$ et $f(1)$.
2. Déterminer graphiquement les antécédents de -3 par f.
3. Dans quel intervalle varie $f(x)$ quand x varie dans $[-1; 5]$?

Exercice n°8

On considère la fonction f définie sur $[-4\,; 5]$ dont la courbe est donnée ci-dessous.



1. Déterminer graphiquement l'image par de -4 par f.
2. Déterminer graphiquement l'image de 5 par f.
3. Déterminer graphiquement l'antécédent de 2 par f.
4. Déterminer graphiquement l'antécédent de 1 par f.

Exercice n°9

1. $\mathbb{R}^*$ est-il un ensemble symétrique par rapport à 0 ?
2. $[-1; +\infty[$ est-il un ensemble symétrique par rapport à 0 ?
3. $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ est-il un ensemble symétrique par rapport à 0 ?

Exercice n°10

1. La fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = -\dfrac{4}{x}$ est-elle paire, impaire ou ni l'une ni l'autre ?
2. La fonction f définie sur $[-1; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+1}$ est-elle paire, impaire ou ni l'une ni l'autre ?
3. La fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ par $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 4}$ est-elle paire, impaire ou ni l'une ni l'autre ?

Exercice n°11

Déterminer si la fonction f est paire, impaire ou ni l'une ni l'autre dans les cas suivants

1. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x$.
2. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4 - x^2$.
3. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x$.
4. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{3x}{x^2 + 4}$.
5. f définie sur $]-\infty\,;\,1[\bigcup]1\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$.

Exercice n°12

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

— f est paire
— f est croissante sur $[0; +\infty[$
— $f(3) = 4$

Déterminer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :

— *Proposition 1* : f est croissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-3) = -4$.
— *Proposition 2* : f est décroissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-3) = 4$.
— *Proposition 3* : f est décroissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-3) = -4$.

Exercice n°13

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

— f est impaire
— f est décroissante sur $[0; +\infty[$
— $f(2) = -1$

Déterminer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :

— *Proposition 1* : f est croissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-2) = 1$.
— *Proposition 2* : f est croissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-2) = -1$.
— *Proposition 3* : f est décroissante sur $]-\infty; 0[$ et $f(-2) = 1$.

Exercice n°14

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction f définie sur $[0\,;\,7]$.

x	0		4		7
$f(x)$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-1

Déterminer, en justifiant votre réponse, si les propositions ci-dessous sont vraies ou fausses :

— *Proposition 1 :* $f(2) \geqslant f(3)$.
— *Proposition 2 :* $f(-3) = 4$.
— *Proposition 3 :* $f(x)$ s'annule deux fois sur $[0\,;\,7]$.
— *Proposition 4 :* -3 est un minimum de f sur $[0\,;\,7]$.

Exercice n°15

f est une fonction paire définie sur $[-8\,;\,8]$. Compléter le tableau de variations ci-après.

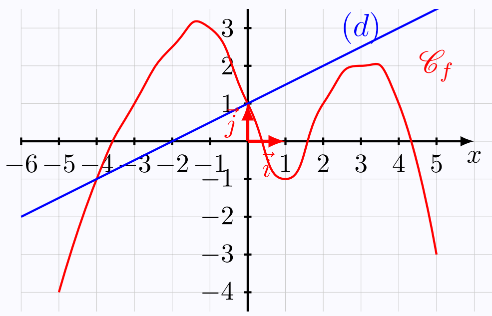
x	-8		-2		0		2		8
$f(x)$	-5	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2				

g est une fonction impaire définie sur $[-6\,;\,6]$. Compléter le tableau de variations ci-après.

x	-6		-3		0		3		6
$g(x)$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	0				

Exercice n°16

Dans le graphique ci-dessous figurent la courbe d'une fonction f définie sur $[-5\,;\,5]$ et la droite (d) d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 1$.



1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 1$.
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -4$.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = \dfrac{1}{2}x + 1$.
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant 1$.
5. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 1$.
6. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant \dfrac{1}{2}x + 1$.

Exercice n°17

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

- $f_1 : x \to 2x^2 - 5x + 6$.
- $f_2 : x \to 2 + \dfrac{1}{2x+4}$.
- $f_3 : x \to \dfrac{2}{x+1} - \dfrac{3}{x-5}$.
- $f_4 : x \to \dfrac{5}{(x+1)(x-3)}$.
- $f_5 : x \to \dfrac{7x-1}{4x^2-36}$.
- $f_6 : x \to \sqrt{x-2}$.
- $f_7 : x \to \sqrt{15-3x}$.
- $f_8 : x \to \sqrt{x^2+1}$.
- $f_9 : x \to 2 - \sqrt{4x-5}$.

Exercice n°18

On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = 2(x+3-\sqrt{3})(x+3+\sqrt{3}).$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g.
2. Démontrer que pour tout $x \in D_g$, $g(x) = 2(x+3)^2 - 6$.
3. Démontrer que pour tout $x \in D_g$, $g(x) = 2x^2 + 12x + 12$.
4. Déterminer l'image de -3 par la fonction g.
5. Déterminer l'image de $-3\sqrt{2}$ par la fonction g.
6. Déterminer l'image de $\dfrac{1}{2}$ par la fonction g.
7. Déterminer l'image de $-3-\sqrt{3}$ par la fonction g.
8. Déterminer les antécédents de 12 par la fonction g.
9. Déterminer les antécédents de 0 par la fonction g.
10. Déterminer les antécédents de -6 par la fonction g.

Exercice n°19

On considère la fonction h définie par :

$$h(x) = 2 + \frac{3}{x-1}.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction h.
2. Démontrer que pour tout $x \in D_h$, $h(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$.
3. Déterminer l'image de $-\dfrac{1}{2}$ par la fonction h.
4. Déterminer l'image de $\dfrac{2}{3}$ par la fonction h.
5. Déterminer l'image de 0 par la fonction h.
6. Déterminer l'image de $\sqrt{2}$ par la fonction h.
7. Déterminer les antécédents de 1 par la fonction h.
8. Déterminer les antécédents de 0 par la fonction h.
9. Déterminer les antécédents de 2 par la fonction h.

Exercice n°20

Dresser les tableaux de variations des fonctions définies par :

a) $f(x) = 0{,}1x + 4$ sur $[0; 10]$;

b) $g(x) = 4 - 2x$ sur $[2; 5]$;

c) $h(x) = -0,8x + 0,4$ sur $[1; 5]$.

Dresser les tableaux de signes des fonctions définies par :

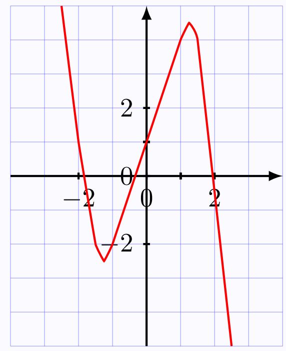
a) $f(x) = 0,1x + 2$ sur $[-100; 100]$;

b) $g(x) = 4 - 2x$ sur $[-1; 10]$;

c) $h(x) = -0,4x + 0,4$ sur $[0; 100]$.

Exercice n°21

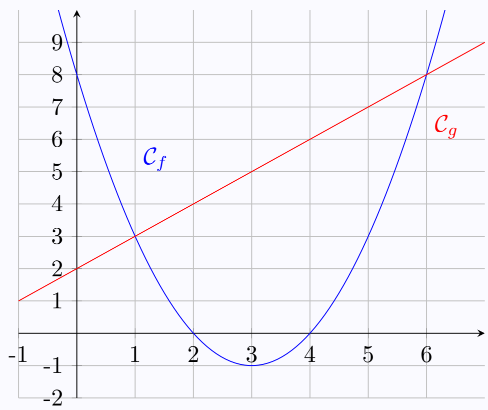
Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-2{,}5; 2{,}5]$.



1. Par lecture graphique, déterminer :
   (a) l'image de 1 par f ;
   (b) $f(0), f(1), f(2), f(2)$;
   (c) le(s) antécédent(s) de 1 par f ;
   (d) les éventuels nombres qui ont 0 pour image.
2. Citer, si possible, un nombre qui a :
   (a) aucun antécédent ;
   (b) 2 antécédents ;
   (c) 1 antécédent ;
   (d) 3 antécédents.

Exercice n°22

On donne les représentations graphiques de deux fonctions f et g.



1. Répondre aux questions en utilisant le graphique.
   (a) Sur quel intervalle sont définies ces deux fonctions ?
   (b) Donner $f(0)$, $f(5)$ et $g(3)$.
   (c) Résoudre $f(x) = 3$.
   (d) Résoudre $f(x) \geqslant 8$.
   (e) Résoudre $f(x) = g(x)$.
   (f) Résoudre $f(x) > g(x)$.
   (g) Résoudre $g(x) - f(x) = 4$.
   (h) Donner le minimum de f. En quelle valeur est-il atteint ?
2. Dresser les tableaux de signes et de variations de la fonction f sur son ensemble de définition.

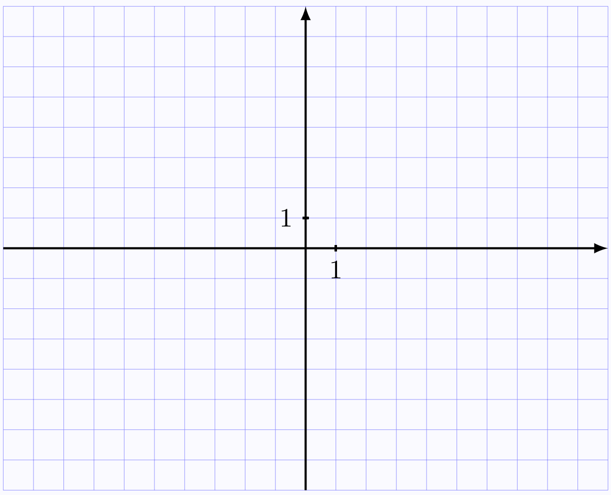
Exercice n°23

Représenter graphiquement les fonctions définies par :

$f_1(x) = x + 1$
$f_2(x) = -2x + 4$
$f_3(x) = -3$
$f_4(x) = 3x$.
$f_5(x) = \dfrac{4x-1}{5}$.
$f_6(x) = \dfrac{-2x+1}{3}$.

Tableau de valeurs :

x	0	1
$f_1(x)$		
$f_2(x)$		
$f_3(x)$		
$f_4(x)$		
$f_5(x)$		
$f_6(x)$		



Exercice n°24

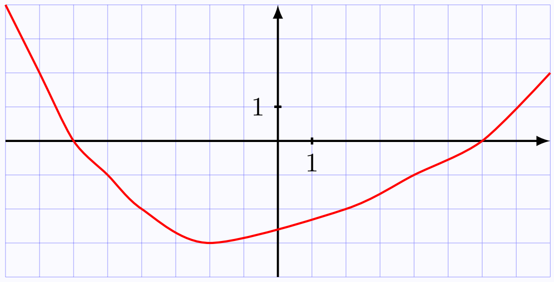
Boulétos achète des ingrédients pour faire des crêpes. Il dépense 8 euros, fait 30 crêpes et part les vendre sur le marché, 70 centimes la crêpe, pour financer un voyage scolaire en Grèce.

1. S'il réussit à vendre 25 crêpes, quel sera son bénéfice ? Et s'il n-en vend que 3 ?
2. Déterminer l'expression de la fonction B qui, à un nombre x de crêpes vendues associe le bénéfice $B(x)$.
3. Dresser le tableau de signes de f. Quel renseignements donne-t-il à Boulétos ?

Exercice n°25

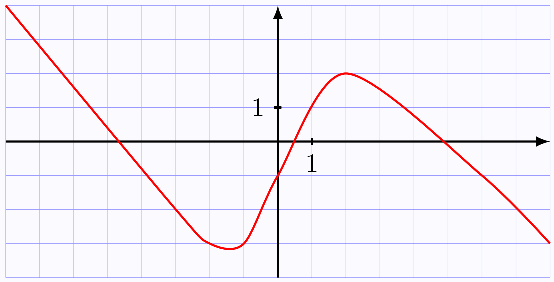
1. Compléter le tableau de variations proposé à partir de représentation graphique ci-dessous.

x	-8 8
$f(x)$	



2. Même consigne que la question précédente.

x	-8 8
$f(x)$	



3. Même consigne que la question précédente.

x	-8 8
$f(x)$