3

Calcul algébrique & Équation

Série d'exercices

Corrigés | Classe : Seconde | Lycée : Evariste Galois

Exercice n°1

Développer les expressions suivantes en utilisant l'identité remarquable :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$A = (x+2)^2.$
$B = (2x+1)^2.$
$C = (3+4x)^2.$

Exercice n°2

Développer les expressions suivantes en utilisant l'identité remarquable :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$A = (x-2)^2.$
$B = (4x-3)^2.$
$C = (3-5x)^2.$

Exercice n°3

Développer les expressions suivantes en utilisant l'identité remarquable :

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2.$$

$A = (x+2)(x-2).$
$B = (4x-3)(4x+3).$
$C = (3+5x)(3-5x).$
$D = (6+10x)(3-5x).$
$E = (3-9x)(3x+1).$

Exercice n°4

Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = (x+1)^2 + (x-3)^2.$
$B = (4x+3)^2 + (x-7)(2x+7).$
$C = (2x+1)^2 - (x-7)(x+7).$
$D = (x-5)^2 - (2x-7)(x-5).$
$E = (x-9)^2 - (x+9)^2.$

Exercice n°5

Factoriser en utilisant l'identité remarquable :

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2.$$

$A = x^2 + 10x + 25.$
$B = 36 + 12x + x^2.$
$C = 16x^2 + 40x + 25.$
$D = 9x^2 - 6x + 1.$
$E = 25x^2 - 20x + 4.$
$F = 16x^2 - 40x + 25.$

Exercice n°6

Factoriser en utilisant l'identité remarquable :

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b).$$

$A = 4x^2 - 9.$
$B = 16 - 9x^2.$
$C = 49x^2 - 36.$
$D = (x+1)^2 - 4.$
$E = (2x+1)^2 - 25.$
$F = 36 - (4-3x)^2.$

Exercice n°7

Factoriser d'abord l'expression soulignée pour retrouver le facteur commun :

$A = (x+2)(3x-1) + \underline{x^2-4}.$
$B = (x+4)(2x-1) + \underline{x^2-16}.$
$C = (2x+1)(x-2) - \underline{(x^2-4)}.$
$D = \underline{25-x^2} - (x-5)(3x+3).$

Exercice n°8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x-3=0.$ b) $x+6=0.$ c) $-\frac{2}{3}+x=0.$

d) $2x=-5.$ e) $-3x=10.$ f) $\sqrt{2}x=2.$

g) $3x-4=0.$ h) $-7x-2=0.$ i) $\sqrt{3}-4x=0.$

j) $5x-8=2x+3.$ k) $6-4x=2(x-3).$ l) $3x-5=\frac{1}{2}x.$

Exercice n°9

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $(x+1)(3x-2)=0.$ b) $2(1-x)(2x-5)=0.$

c) $(4x-2)(7x+1)(12x-6)=0.$

d) $x^2(x-3)=0.$ e) $3x^2-4x=0.$

f) $(2x-1)^2-(2x-1)(x+3)=0.$

g) $(x+1)^2-2(x+1)=0.$

h) $(2x-1)(x+1)=5x+5.$

i) $(3x+1)^2-(x+1)^2=0.$ j) $(x-1)^2=(2x+1)^2.$

k) $\left(4x^2-9\right)-2(2x-3)+x(2x-3)=0.$

l) $x^2-6x+9=0.$

Exercice n°10

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\dfrac{1}{x} = 2$.

b) $\dfrac{2}{x+1} = 3$.

c) $\dfrac{2x+1}{3x-2} = 0$.

d) $\dfrac{7x+1}{2x-3} = 2$.

e) $\dfrac{x^2-2x}{2+x} = 0$.

f) $\dfrac{x^2-9}{3x} = 0$.

g) $\dfrac{9}{x+1} = 5-x$.

h) $\dfrac{1}{x+1} - \dfrac{2}{x-1} = 0$.

i) $2x-7 = \dfrac{4}{2x-7}$.

j) $\dfrac{x^2+4x-3}{x^2-1} = 1$.

k) $\dfrac{9x^2-25}{(x+2)(3x+5)} = 0$.

Exercice n°11

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x^2 = 9$.

b) $x^2 = -4$.

c) $2x^2 = 16$.

d) $3x^2 = 1$.

e) $(x+1)^2 = 4$.

f) $(x-2)^2 = 3$.

Exercice n°12

Les trois questions indépendantes :

— En augmentant de 5 cm la longueur d'un côté d'un carré, on obtient un deuxième carré dont l'aire est de 255 cm^2 plus grande que celle du premier.
Calculer la mesure du côté du premier carré.

— Sur un parking sont garées cinq fois plus de voitures que de deux-roues. On compte 264 pneus en tout. Retrouver le nombre de deux-roues et de voitures garées sur le parking.

— Trois cousins ont respectivement 32, 20 et 6 ans. Dans combien d'années l'âge de l'ainé sera-t-il égal à la somme des âges des deux autres ?

Exercice n°13

On considère l'expression :

$$E = (x-3)^2 - (x-1)(x-2).$$

a. Développer et réduire E.

b. Comment peut-on en déduire, sans calculatrice, le résultat de :

$$99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998.$$

c. Factoriser l'expression :

$$F = (4x+1)^2 - (4x+1)(7x-6).$$

d. Résoudre l'équation $F = 0$.

Exercice n°14

On donne l'expression algébrique suivante :

$$D = (3x+1)(6x-9) - (2x-3)^2.$$

1. Développer et réduire D.
2. Calculer la valeur de D pour $x = \frac{3}{2}$.
3. Factoriser $6x-9$ puis factoriser D.
4. Résoudre l'équation :

$$(7x+6)(2x-3) = 0.$$

Exercice n°15

Deux villes A et B sont distantes de 42 km.
Un cycliste quitte A et se dirige vers B à la vitesse de 18 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
Un piéton quitte au même moment B et se dirige vers A à la vitesse de 6 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
On note :

— t le temps en heures écoulé depuis le départ du cycliste et du piéton ;
— c la distance en km parcoure par le cycliste ;
— p la distance en km parcoure par le piéton.

1. Compléter l'algorithme suivant pour qu'il affiche les distances c et p en fonction du temps t qui est entré.

```
Variables: t,c,p
DEBUT_ALGORITHME
   Entrer t
   c ← .........
   p ← .........
   Afficher c et p
FIN_ALGORITHME
```

2. Combien de temps après leur départ le cycliste et le piéton vont-ils se rencontrer ? (Donner le résultat en heures, minutes)

Exercice n°16

1. Effectuer les calculs suivants :

   $(1 \times 2 + 2 \times 3) \div 2$. $(2 \times 3 + 3 \times 4) \div 2$.
   $(3 \times 4 + 4 \times 5) \div 2$. $(4 \times 5 + 5 \times 6) \div 2$.

2. Quelle conjecture peut-on faire ?
3. Prouver que la conjecture est vraie pour tous les nombres.

Exercice n°17

Tom doit calculer $3{,}5^2$. « Pas la peine de prendre la calculatrice », lui dit Julie, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

1. Effectuer le calcul proposé par Julie et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.
2. Proposer une façon simple de calculer $7{,}5^2$ et donner le résultat.
3. Julie propose la conjecture suivante pour tout n de $\mathbb{N}$: $(n+0{,}5)^2 = n(n+1)+0{,}25$.
   Prouver que la conjecture de Julie est vraie.