Pourcentages

Seconde

maths-mde.fr

Cours pour élève à imprimer

1. Proportion et pourcentage

Propriété

La proportion, exprimée en pourcentage, d'une grandeur x par rapport à une grandeur y est obtenue en effectuant le calcul $\frac{x}{y} \times 100$.

Exemple

On réalise un sondage auprès de 400 personnes concernant les mesures prises par le gouvernement.
Le nombre de personnes interrogés est $n_E = 400$. Parmi ceux-ci, le nombre de ceux satisfaits est $n_S = 94$.

La proportion de personnes pleinement satisfaites des mesures prises par le gouvernement est $p = \frac{n_S}{n_E} = \frac{94}{400} = 0,235 = 23,5\%$.

Propriété

Calculer $x\%$ d'une grandeur revient à la multiplier par $\frac{x}{100}$.

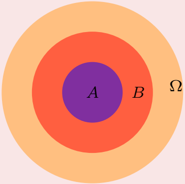
Exemple

30 euros représente 5% de 600 euros. En effet, $\frac{5}{100} \times 600 = 30$.

2. Proportion de proportion

Propriété

On considère trois ensembles A, B et Ω emboités tels que $A \subset B \subset \Omega$.
On note p la proportion de la population de A dans la population de B.
On note p la proportion de la population de B dans la population de Ω.
Alors la proportion de la population de A dans la population Ω est égale à $p \times p'$.



Exemple

Un maraîcher vend des légumes en direct à la ferme et sur des marchés mais aussi dans des supermarchés locaux. Au cours du mois de Juin, il a vendu 78% de sa production en direct, et parmi ces légumes, 65% ont été vendu à la ferme.
La proportion p_1 de légumes vendus en direct est $p_1 = 0,78$.
La proportion p_2 de légumes vendus à la ferme parmi ceux vendus en direct est $p_2 = 0,65$.
On calcule : $p = p_1 \times p_2 = 0,78 \times 0,65 = 0,507 = 50,7\%$.

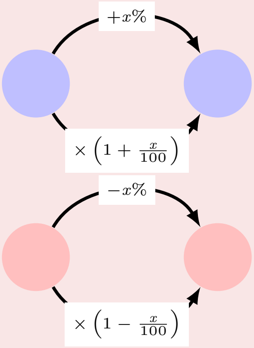
La proportion de sa production vendu directement à la ferme a été de $50,7\%$.

3. Augmentation et réduction en pourcentage

Propriétés

- Augmenter une grandeur d'un pourcentage de $x\%$ revient à multiplier par $\left(1+\frac{x}{100}\right)$.
  $\left(1+\frac{x}{100}\right)$ est alors appelé **coefficient multiplicateur** associé à la hausse.
- Diminuer une grandeur d'un pourcentage de $x\%$ revient à multiplier par $\left(1-\frac{x}{100}\right)$.
  $\left(1-\frac{x}{100}\right)$ est alors appelé **coefficient multiplicateur** associé à la baisse.

Représentation schématique :

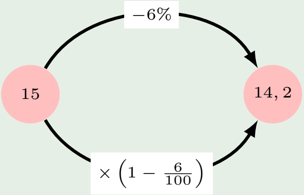


Exemples

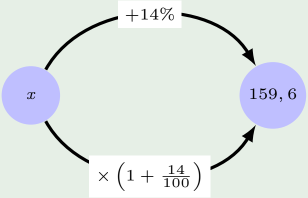
- Augmenter une grandeur de 3% revient à la multiplier par $\left(1+\frac{3}{100}\right)=1,03$.
- Diminuer une grandeur de 15% revient à la multiplier par $\left(1-\frac{15}{100}\right)=0,85$.

Exemples

1. Si une action valant 15 euros subit une baisse de 6%, sa nouvelle valeur est de $15 \times 0,94 = 14,1$ euros.



2. Le prix d'un produit est de $159,6$ euros après avoir subi une hausse de 14%. Le prix du produit avant la hausse était x tel que $x \times 1,14 = 159,6$. On obtient $x = \frac{159,6}{1,14} = 140$.



4. Taux d'évolution

On considère deux valeurs numériques réelles stritement positives V_I et V_F.
La valeur V_I est la valeur initiale et V_F la valeur finale.

Définition

- On appelle variation absolue la différence : $V_F - V_I$.
- On appelle taux d'évolution (ou variation relative) de V_I à V_F, le nombre T défini par : $T = \dfrac{V_F - V_I}{V_I}$.

Exemple

La population de la ville de Noisy le Grand passe de 55 000 à 74 250 habitants.
La variation absolue de cette population est de $74\ 250 - 55\ 000 = 19\ 250$.
La variation relative est de 35%. En effet, $\dfrac{74\ 250 - 55\ 000}{55\ 000} = 0,35$.

Remarques

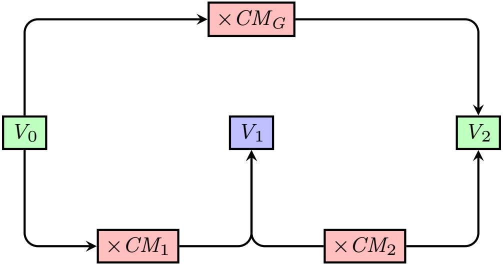
- Un taux d'évolution positif est un taux d'augmentation et un taux d'évolution négatif est un taux de diminution ou de baisse.
- Un taux d'évolution s'exprime toujours par rapport à la valeur initiale.

Propriété

Soit T le taux d'évolution entre V_I et V_F. Ainsi, $CM = 1 + T$.
Avec $CM = \dfrac{V_F}{V_I}$ le coefficient multipliateur.

Définition

Soit T_1 le taux d'évolution entre deux valeurs V_0 à V_1 et T_2 le taux d'évolution entre les valeurs V_1 à V_2.
L'évolution globale de V_0 à V_2 , noté T_G, a pour coefficient multipliateur CM_G avec : $CM_G = CM_1 \times CM_2$.



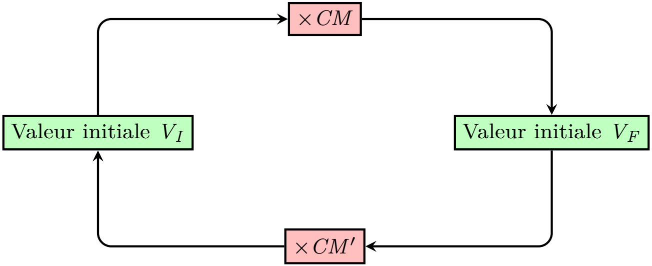
Exemple

Le nombre d'abonnés dun journal en ligne augmente de 30% avant de baisser de 10%.
Il est donc multiplié par $1,3$ puis par $0,9$. Alors $CM_G = 1,3 \times 0,9 = 1,17$.
Cela correspond à un taux de $1,17 - 1 = 0,17$.
Le taux d'évolution global est donc $T_G = 1,171 = 0,17$ soit 17%.

6. Évolution réciproque

Définition

Soit T le taux d'évolution entre deux valeurs V_I à V_F et CM son coefficient multiplicateur associé.
L'évolution T' de V_F à V_I est appelé le taux d'évolution réciproque de T dont le coefficient multiplicateur CM' associé est : $CM' = \dfrac{1}{CM}$.



Exemple

Un prix augmente de 25% : il a donc été multiplié par $CM = 1 + \dfrac{25}{100} = 1,25$.
Le coefficient multiplicateur réciproque qui permettrait de revenir au prix de départ est de :
$CM' = \dfrac{1}{1,25} = 0,8$.
Or, $0,8 - 1 = -0,2$ ce qui correspond donc à une baisse de 20%.