Seconde — maths-mde.fr

Devoir Surveillé n° 5

...../20

Lycée Evariste Galois

Exercice 1 : (7 points)

Les six questions sont indépendantes.

1 Factoriser $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$.

2 Développer et réduire : $(x+\sqrt{2})^2 - (x-\sqrt{2})^2$.

3 Si $x \in [-1;1]$, alors $\dfrac{-2x+1}{3} \in [\cdots;\cdots]$.

4 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\dfrac{2}{x-1} = \dfrac{3}{x+1}$.

5 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $6x - 1 \leqslant 2(x+1)$.

6 Soit un parallélogramme ABCD. Compléter les égalités suivantes.

a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A.....}$

b $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = ...$

c $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{...B}$

d $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{D....}$

Exercice 2 : (2 points)

Déterminer les intersections et réunions d'intervalles suivantes :

g) $\left]-\dfrac{7}{4};+\infty\right[\bigcap \left]-\infty;1\right[$

h) $\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right[\bigcap \left]-6;\dfrac{1}{3}\right[$

i) $]5;10] \bigcup [3;6]$

j) $[2;6] \bigcup [4;+\infty[$.

Exercice 3 : (3 points)

a et b étant deux réels strictement positifs.

1 Calculer,

$$\left[\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right) - \sqrt{a+b}\right] \times \left[\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right) + \sqrt{a+b}\right].$$

En déduire que ce produit est strictement positif.

2 En déduire que $\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right) - \sqrt{a+b}$ est toujours strictement positif et que, pour tous réels a et b strictement positifs, $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Exercice 4 : (3 points)

Un parc de loisir propose deux formules d'abonnement.

Formule A : La carte à l'année coûte 55 € et le prix d'une entrée est de 20 €.
Formule B : La carte à l'année coûte 80 € et le prix d'une entrée est de 15 €.

On note y le nombre d'entrées.

1 Exprimer, en fonction de y, le coût à l'année avec la formule A.

2 Exprimer, en fonction de y, le coût à l'année avec la formule B.

3 A partir de combien d'entrées dans l'année, la formule B se révèle-t-elle la plus intéressante ?

Exercice 5 : (5 points)

Soit trois points A, B et C non alignés. On note D et E les points définis respectivement par :

$$\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{CE} = -2\overrightarrow{AB}.$$

1 Faire une figure.

2 En utilisant judicieusement la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$.

3 Que peut-on dire des droites (CD) et (AB) ?

4 Montrer que le point E est le symétrique du point D par rapport au point C.