Seconde
maths-mde.fr

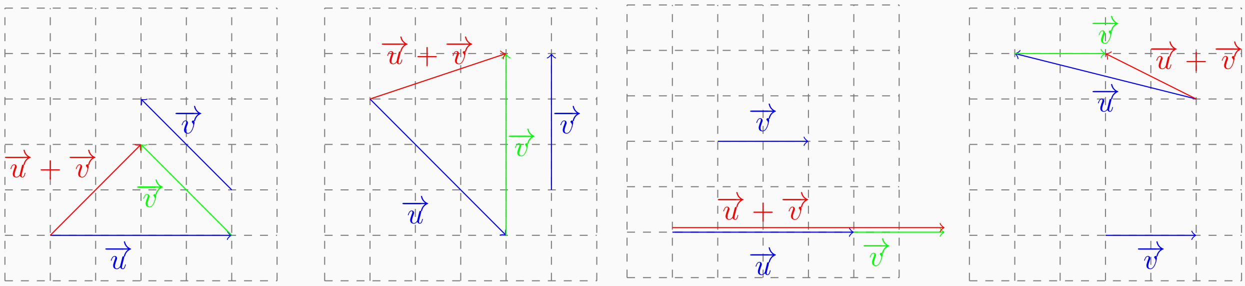
Devoir Surveillé n° 4

...../20

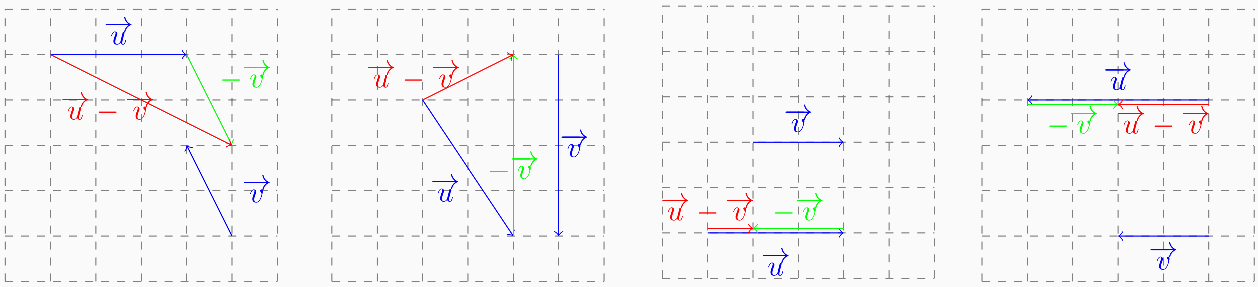
Lycée
Evariste Galois

Exercice 1 : (4 points)

1 Tracer dans chaque cas $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$.



2 Tracer dans chaque cas $\overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}$.

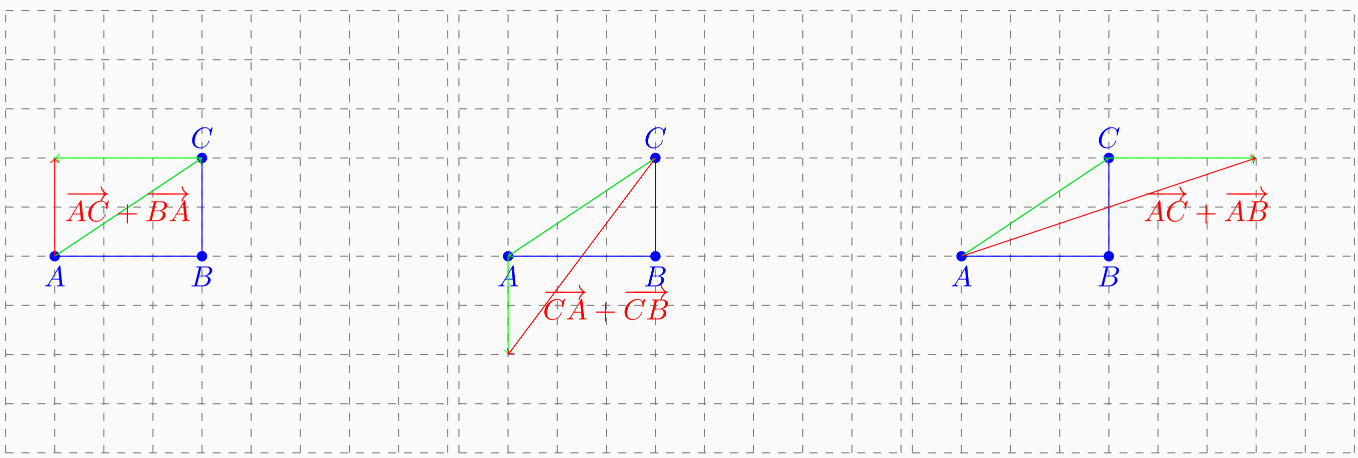


Exercice 2 : (3 points)

Tracer $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$.

Tracer $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.

Tracer $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}$.



Exercice 3 : (4 points)

On considère un triangle ABC et les points E et F tels que :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{AF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}.$$

1 En utilisant la relation de Chasles, on obtient :

$$\begin{array}{rcl}\overrightarrow{EF} & = & \overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AF}\\ & = & -\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}\\ & = & -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}\\ & = & -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\\ & = & -\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\dfrac{3}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)\\ & = & -\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{3}{2}\overrightarrow{BC}\\ & = & \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}.\end{array}$$

2 D'après la question précédente, les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires. Les droites (EF) et (BC) sont par conséquent parallèles.

Exercice 4 : (4 points)

On considère un triangle ABC et les points D et E tels que :

$$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{AB}.$$

1 En utilisant la relation de Chasles, on obtient :

$$\begin{array}{rcl}\overrightarrow{AD} & = & \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}\\ & = & \overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}\\ & = & \overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)\\ & = & \overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}\\ & = & \overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}\\ & = & \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}\\ & = & \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AE}.\end{array}$$

2 D'après la question précédente, les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$ sont colinéaires, ainsi les points A, D et E sont alignés.

Exercice 5 : (5 points)

1 Dans un repère orthonormé (O, I, J), on considère les points $A(2;3)$, $B(13;1)$, $C(5;7)$ et $D(4;-1)$. La distance AB est donnée par :

$$\begin{array}{rcl}AB & = & \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}\\ & = & \sqrt{(13-2)^2+(1-3)^2}\\ & = & \sqrt{11^2+(-2)^2}\\ & = & \sqrt{121+4}\\ & = & \sqrt{125}\\ & = & 5\sqrt{5}.\end{array}$$

$\boxed{\textbf{2}}$ Les coordonnées du point L, le milieu de $[CD]$, sont données par :
$L\left(\dfrac{x_C+x_D}{2}\ ;\ \dfrac{y_C+y_D}{2}\right) \Leftrightarrow L\left(\dfrac{13+4}{2}\ ;\ \dfrac{7-1}{2}\right) \Leftrightarrow L\left(\dfrac{17}{2}\ ;\ 3\right)$.

$\boxed{\textbf{3}}$ $x \in \left]0\ ;\ 1\right[\quad \Leftrightarrow \quad 0 < x < 1$.

$\boxed{\textbf{4}}$ -2 est une valeur interdite, car $x+2 \neq 0$. Sous cette condition :

$$\begin{aligned}
\frac{4}{x+2} = x+2 \quad &\Leftrightarrow \quad 4 = (x+2)^2 \\
&\Leftrightarrow \quad 4 = x^2+4x+4 \\
&\Leftrightarrow \quad x^2+4x = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad x(x+4) = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad x = 0 \quad \text{ou} \quad x = -4.
\end{aligned}$$

Ainsi, $S = \{-4; 0\}$.

$\boxed{\textbf{5}}$ Résolution d'équation dans $\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned}
(2x-3)^2 - (2x-3)(2x+3) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad (2x-3)\left(2x-3-(2x+3)\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad (2x-3)\left(\cancel{2x}-3-\cancel{2x}-3)\right) = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad -6(2x-3) = 0 \\
&\Leftrightarrow \quad 2x = 3 \\
&\Leftrightarrow \quad x = \frac{3}{2}.
\end{aligned}$$

Ainsi, $S = \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.