Seconde
maths-mde.fr

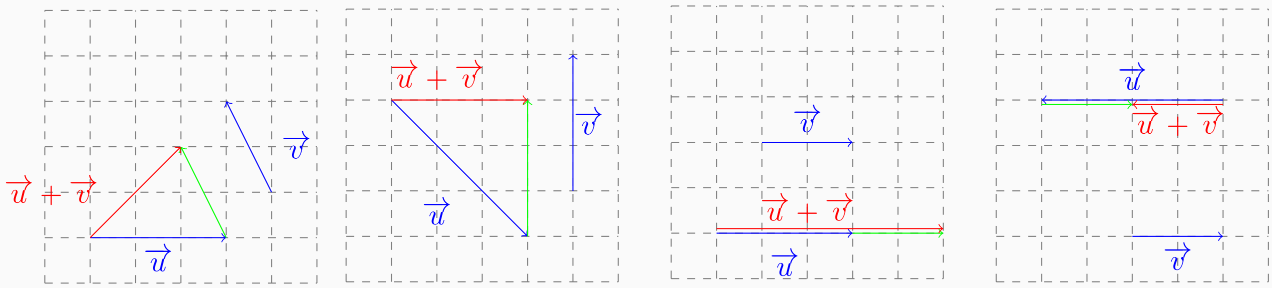
Devoir Surveillé n° 4

Corrigé

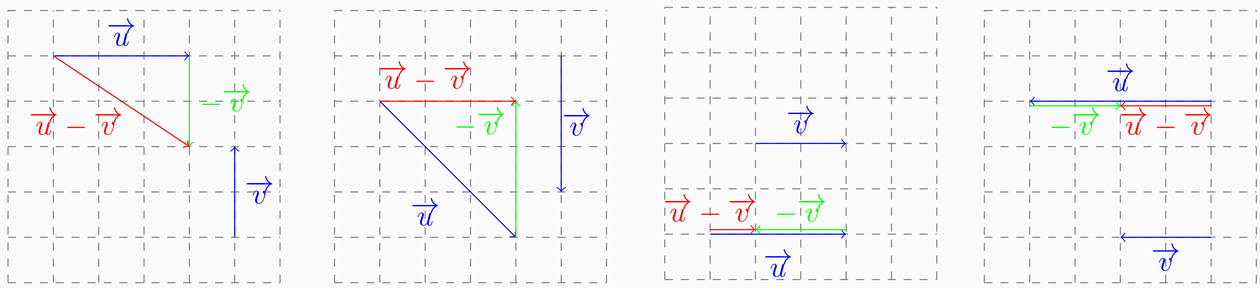
Lycée
Evariste Galois

Exercice 1 : (4 points)

1 Tracer dans chaque cas $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$.

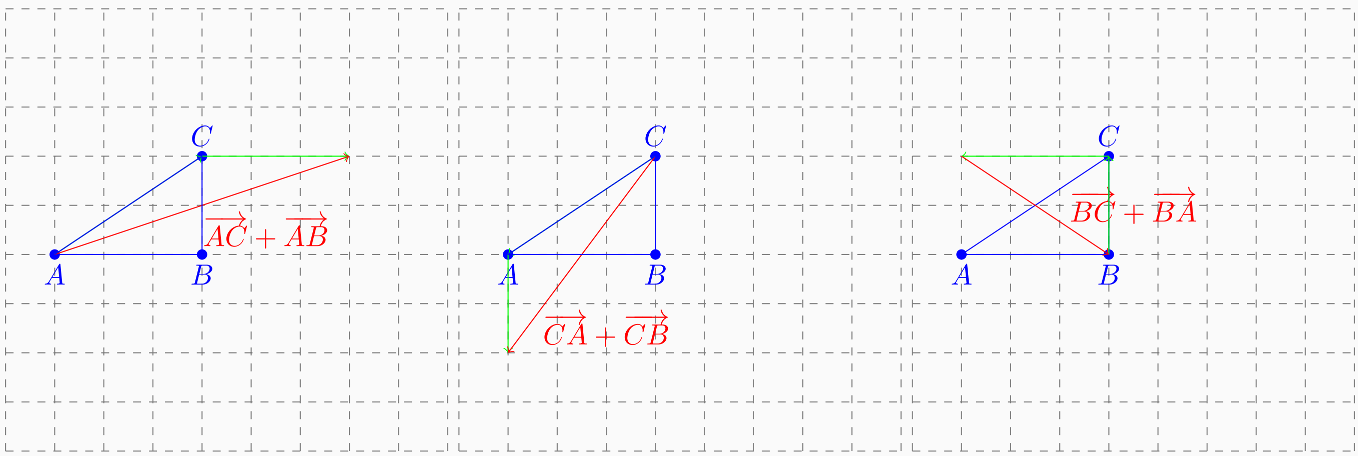


2 Tracer dans chaque cas $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}$.



Exercice 2 : (3 points)

En rouge $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}$. En rouge $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$. En rouge $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}$.



Exercice 3 : (4 points)

A, B, C et D sont quatre points du plan.

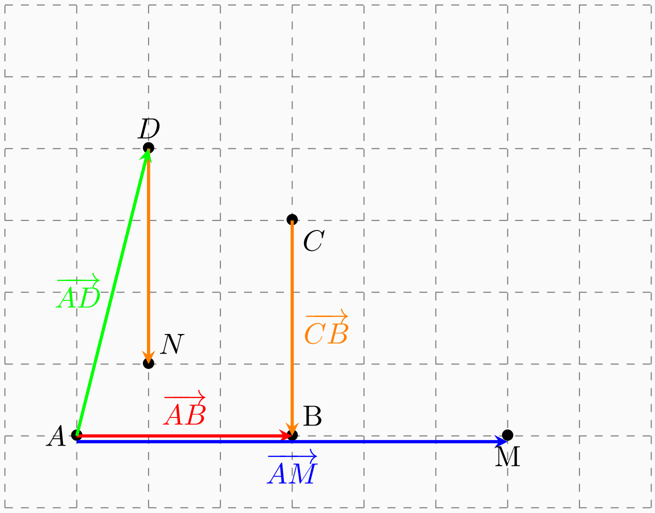
1 En utilisant la relation de Chasles, on obtient : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AB}$.

2 En utilisant la relation de Chasles, on obtient : $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.

3 En utilisant la relation de Chasles, on obtient : $\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{AM}=-\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AM}$.

Par ailleurs, en utilisant les deux questions précédentes, on obtient :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{NM} &= -(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\\
&= -\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}\\
&= \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB} \quad \text{(Relation de Chasles appliquée sur les trois derniers termes.)}\\
&= \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}.
\end{aligned}$$



4 Si $ABDC$ est un parallélogramme, alors $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$.
Autrement dit, $\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{DB}$. Ce qui revient à dire $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{0}$, soit $\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{0}$.

Exercice 4 : (4 points)

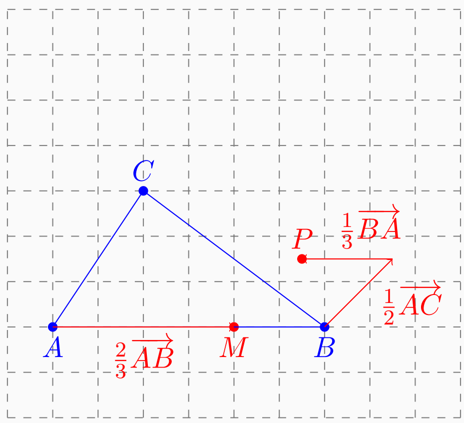
Soient M et P deux points tels que $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$.

1 Voir sur la figure les vecteurs $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BP}$.

2 Montrer que les droites (MP) et (AC) sont parallèles revient à montrer que les vecteurs $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

En utilisant la relation de Chasles, on obtient :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{MP} &= \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BP}\\
&= -\tfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\tfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\tfrac{1}{3}\overrightarrow{BA}\\
&= \tfrac{2}{3}\overrightarrow{BA}+\tfrac{1}{3}\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BA}+\tfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}\\
&= \overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BA}+\tfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}\\
&= \tfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}
\end{aligned}$$



Les vecteurs $\overrightarrow{MP}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont alors colinéaires. Par conséquent, les droites (MP) et (AC) sont parallèles.

Exercice 5 : (5 points)

Les cinq questions sont indépendantes.

1 On peut factoriser, en utilisant la deuxième identité remarquable :
$x^2-4x+4=x^2-2\times x\times 2+2^2=(x-2)^2$.

2 En utilisant la deuxième identité remarquable, on obtient :

$(\sqrt{2}x-2)^2 = \left(\sqrt{2}x\right)^2 - 2\times\sqrt{2}x\times 2 + 2^2 = 2x^2 - 4\sqrt{2}x + 4.$

$\boxed{\mathbf{3}}$ On cherche un encadrement de $2x-4$.

$$\begin{aligned} x \in \left[\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right] &\Leftrightarrow \frac{3}{2} \le x \le \frac{7}{2} \\ &\Leftrightarrow 2\times\frac{3}{2} \le 2x \le 2\times\frac{7}{2} \\ &\Leftrightarrow 3 \le 2x \le 7 \\ &\Leftrightarrow 3-4 \le 2x-4 \le 7-4 \\ &\Leftrightarrow -1 \le 2x-4 \le 3. \end{aligned}$$

$\boxed{\mathbf{4}}$ Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\dfrac{-2x}{x-1} = x-1$.
1 est la valeur interdite, en effet, $x-1 \neq 0$. Sous cette condition :

$$\begin{aligned} \frac{-2x}{x-1} = x-1 &\Leftrightarrow -2x = (x-1)^2 \\ &\Leftrightarrow -2x = x^2-2x+1 \\ &\Leftrightarrow 0 = x^2+1 \\ &\Leftrightarrow -1 = x^2. \end{aligned}$$

C'est complètement absurde, car le carré d'un nombre réel (x^2) est toujours positif. Cette équation n'admet donc pas de solution dans $\mathbb{R}$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ Résolvons dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $(x+3)^2-(x-3)(x+3)=0$.

$$\begin{aligned} (x+3)^2-(x-3)(x+3)=0 &\Leftrightarrow (x+3)(x+3)-(x-3)(x+3)=0 \\ &\Leftrightarrow (x+3)[(x+3)-(x-3)]=0 \\ &\Leftrightarrow (x+3)[x+3-x+3]=0 \\ &\Leftrightarrow 6(x+3)=0 \\ &\Leftrightarrow x+3=0 \\ &\Leftrightarrow x=-3. \end{aligned}$$

Ainsi, $S=\{-3\}$.