

Exercice 1 : (5 points)

Q1. $3\sqrt{\frac{10}{27}} \times \sqrt{\frac{3}{20}} = 3 \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{27}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{20}} = 3 \times \frac{\sqrt{10}}{3 \times \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} \times \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Q2. $7\sqrt{8} - \sqrt{18} - 2\sqrt{32} = 7\sqrt{4 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} - 2\sqrt{16 \times 2} = 14\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = 3\sqrt{2}.$

Q3. En utilisant la troisième identité remarquable, on obtient :

$$\begin{aligned} (x+2)^2 - (x-1)^2 &= 0 \Leftrightarrow (x+2 - (x-1))(x+2 + x-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow (x+2 - x+1)(x+2 + x-1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 3(2x+1) = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x+1 = 0 \\ &\Leftrightarrow 2x = -1 \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Ainsi, $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}.$

Q4. Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les deux points $C(1; 0,5)$, $D(5; -3,5)$.

$$\begin{aligned} CD &= \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2} \\ &= \sqrt{(-3,5 - 0,5)^2 + (5 - 1)^2} \\ &= \sqrt{(-4)^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{16 \times 2} \\ &= 4\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Q5. Les coordonnées du point J , le milieu de $[CD]$ sont :

$$\begin{aligned} J\left(\frac{x_C + x_D}{2}; \frac{y_C + y_D}{2}\right) &\Leftrightarrow J\left(\frac{1+5}{2}; \frac{0,5+(-3,5)}{2}\right) \\ &\Leftrightarrow J\left(3; -\frac{3}{2}\right). \end{aligned}$$

Exercice 2 : (6 points)

On considère l'expression :

$$E = (x-3)^2 - (x-4)(x-5).$$

- 1 a En appliquant la seconde identité remarquable sur le premier terme et en utilisant la double distributivité sur le deuxième terme de E , on obtient :

$$\begin{aligned} E &= (x-3)^2 - (x-4)(x-5) \\ &= x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 5x - 4x + 20) \\ &= x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 9x + 20) \\ &= \cancel{x^2} - 6x + 9 - \cancel{x^2} + 9x - 20 \\ &= 3x - 11. \end{aligned}$$

- b On remarque que :

$$99\,997^2 - 99\,996 \times 99\,995 = (100\,000 - 3)^2 - (100\,000 - 4)(100\,000 - 5).$$

En utilisant le résultat de la première question, on obtient :

$$99\,997^2 - 99\,996 \times 99\,995 = 3 \times 100\,000 - 11 = 299\,989.$$

2 On donne l'expression algébrique suivante :

$$D = (3x - 1)(6x - 4) - (3x - 2)^2.$$

a En appliquant la seconde identité remarquable sur le second terme et en utilisant la double distributivité sur le premier terme de D , on obtient :

$$\begin{aligned} D &= (3x - 1)(6x - 4) - (3x - 2)^2 \\ &= 18x^2 - 12x - 6x + 4 - ((3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2) \\ &= 18x^2 - 18x + 4 - (9x^2 - 12x + 4) \\ &= 18x^2 - 18x + 4 - 9x^2 + 12x - 4 \\ &= 9x^2 - 6x. \end{aligned}$$

b Lorsque $x = \frac{2}{3}$,

$$\begin{aligned} E &= \left(3 \times \frac{2}{3} - 1\right) \left(6 \times \frac{2}{3} - 4\right) - \left(3 \times \frac{2}{3} - 2\right)^2 \\ &= \left(3 \times \frac{2}{3} - 1\right) (4 - 4) - (2 - 2)^2 \\ &= 0. \end{aligned}$$

c On sait que : $6x - 4 = 2(3x - 2)$. Ainsi,

$$\begin{aligned} D &= (3x - 1)(6x - 4) - (3x - 2)^2 \\ &= (3x - 1)[2(3x - 2)] - (3x - 2)(3x - 2) \\ &= (3x - 2)(2(3x - 1) - (3x - 2)) \\ &= (3x - 2)(6x - 2 - 3x + 2) \\ &= (3x - 2)(3x) \\ &= 3x(3x - 2). \end{aligned}$$

d Pour résoudre l'équation $D = 0$, il suffit d'utiliser l'expression factorisée de D . Ainsi,

$$\begin{aligned} D = 0 &\Leftrightarrow 3x(3x - 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 3x = 0 \text{ ou } 3x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 3x = 2 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

$$\text{Ainsi, } S = \left\{0 ; \frac{2}{3}\right\}.$$

Exercice 3 : (6 points)

1 $5 - \sqrt{3}x = 0 \Leftrightarrow 5 = \sqrt{3}x \Leftrightarrow x = \frac{5}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$

$$\text{Ainsi, } S = \left\{\frac{5\sqrt{3}}{3}\right\}.$$

2 $3x - 8 = -3x + 3 \Leftrightarrow 3x + 3x = 3 + 8 \Leftrightarrow 6x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{11}{6}.$

Ainsi, $S = \left\{ \frac{11}{6} \right\}$.

3 $x - 5 = \frac{2}{5}x \Leftrightarrow x \times \frac{5}{5} - \frac{2}{5}x = 5 \Leftrightarrow \frac{3}{5}x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{\frac{3}{5}} = 5 \times \frac{5}{3} = \frac{25}{3}$.

Ainsi, $S = \left\{ \frac{25}{3} \right\}$.

4 $\frac{3x+4}{2x-6} = 1$.

3 est la valeur interdite. En effet, il faut que $2x - 6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{3}$.

Sous cette condition,

$$\frac{3x+4}{2x-6} = 1 \Leftrightarrow 3x+4 = 2x-6 \Leftrightarrow 3x-2x = -6-4 \Leftrightarrow x = -10.$$

Ainsi, $S = \{-10\}$.

5 $\frac{(2x-1)^2-1}{7x^2} = 0$.

0 est la valeur interdite. En effet, il faut que $7x^2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Sous cette condition,

$$\frac{(2x-1)^2-1}{7x^2} = 0 \Leftrightarrow (2x-1)^2-1^2 = 0 \Leftrightarrow (2x-2)(2x-1+1) = 0 \Leftrightarrow 2x-2 = 0 \text{ ou } 2x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = 0.$$

Ainsi, $S = \{1\}$.

6 $(x^2-9) - 2(x-3) + x(x-3) = 0$.

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+3) - 2(x-3) + x(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)[(x+3) - 2 + x] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-3)[2x+1] = 0$$

$$\Leftrightarrow x-3 = 0 \text{ ou } 2x+1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } 2x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -\frac{1}{2}.$$

Ainsi, $S = \left\{ -\frac{1}{2}; 3 \right\}$.

Exercice 4 : (3 points)

1 Le programme suivant affiche 1. En effet, $3 \times \sqrt{4} - 5 = 6 - 5 = 1$.

```
1 a=4
2 b=3*sqrt(a)-5
3 print(b)
```

2 Le programme suivant affiche 204.

En effet, la ligne 3 du programme donne : $3 \times 2 - 2 \times 10 = 6 - 20 = -14$ et la ligne 4, donne : $5 \times 10 - 11 \times (-14) = 50 + 154 = 204$.

```
1 x=2
2 y=10
3 x=3*x-2*y
4 y=5*y-11*x
5 print(y)
```

3 Le programme suivant affiche 28. En effet, $(-1)^2 + 3^3 = 1 + 27 = 28$.

```
1 x=-1
2 y=3
3 z=x**2+y**3
4 print(z)
```