

Exercice 1 : (4 points)

1 Écrire les intervalles suivants à l'aide d'inégalités.

(a) $x \in [-9; 2] \Leftrightarrow -9 \leq x \leq 2.$

(b) $x \in]0; 1[\Leftrightarrow 0 < x < 1.$

(c) $x \in]2; 6] \Leftrightarrow 2 < x \leq 6.$

(d) $x \in]-\infty; 5[\Leftrightarrow x < 5.$

2 Écrire les inégalités suivantes à l'aide d'intervalles.

(a) $-3 < x \leq 5 \Leftrightarrow x \in]-3; 5].$

(b) $10 > x \Leftrightarrow x \in]-\infty; 10[.$

(c) $x \geq -2 \Leftrightarrow x \in [-2; +\infty[.$

(d) $3 \geq x \geq 1 \Leftrightarrow x \in [1; 3].$

Exercice 2 : (6 points)

On considère l'expression :

$$E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2).$$

1 (a) Développer et réduire E .

$$\begin{aligned} E &= (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2) \\ &= x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 2x - 1x + 2) \\ &= x^2 - 6x + 9 - x^2 + 2x + 1x - 2 \\ &= -3x + 7. \end{aligned}$$

(b) Comment peut-on en déduire, sans calculatrice, le résultat de : $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$?
Il suffit d'utiliser l'expression développée et réduite de la question précédente pour $x = 100\,000$, on obtient donc :

$$\begin{aligned} &99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998 \\ &= (100\,000 - 3)^2 - (100\,000 - 1)(100\,000 - 2) \\ &= -3 \times 100\,000 + 7 \\ &= -299\,993. \end{aligned}$$

2 (a) $D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$

$$\begin{aligned} D &= (18x^2 - 27x + 6x - 9) - (4x^2 - 12x + 9) \\ D &= 18x^2 - 27x + 6x - 9 - 4x^2 + 12x - 9 \\ D &= 14x^2 - 9x - 18. \end{aligned}$$

(b) Quand $x = \frac{3}{2}$,

$$\begin{aligned} D &= (3 \times \frac{3}{2} + 1)(6 \times \frac{3}{2} - 9) - (2 \times \frac{3}{2} - 3)^2 \\ D &= (\frac{9}{2} + 1)(\frac{18}{2} - 9) - (\frac{6}{2} - 3)^2 \\ D &= (\frac{9}{2} + 1)(9 - 9) - (3 - 3)^2 \\ D &= 0. \end{aligned}$$

(c) On a : $6x - 9 = \boxed{3} \times 2x - \boxed{3} \times 3 = 3(2x - 3)$, donc

$$\begin{aligned} D &= 3(3x + 1)(2x - 3) - (2x - 3)^2 \\ D &= 3(3x + 1)(2x - 3) - (2x - 3)(2x - 3) \\ D &= (2x - 3)[3(3x + 1) - (2x - 3)] \\ D &= (2x - 3)(7x + 6). \end{aligned}$$

(d) Résolution de l'équation : $(7x + 6)(2x - 3) = 0$.

Un produit est nul si au moins l'un de ses facteurs est nul. Ainsi,

Soit $7x + 6 = 0$, soit $2x - 3 = 0$.

Donc : $x = \frac{-6}{7}$ ou $x = \frac{3}{2}$.

Par conséquent, $S = \left\{ \frac{-6}{7}; \frac{3}{2} \right\}$.

Exercice 3 : (6 points)

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

1 $\sqrt{3} - 4x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3} = 4x \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Ainsi, $S = \left\{ \frac{\sqrt{3}}{4} \right\}$.

2 $5x - 8 = 2x + 3 \Leftrightarrow 5x - 2x = 3 + 8 \Leftrightarrow 3x = 11 \Leftrightarrow x = \frac{11}{3}$.

Ainsi, $S = \left\{ \frac{11}{3} \right\}$.

3 $3x - 5 = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow 3x \times \frac{2}{2} - \frac{1}{2}x = 5 \Leftrightarrow \frac{5}{2}x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{\frac{5}{2}} = 5 \times \frac{2}{5} = 2$.

Ainsi, $S = \{2\}$.

4 $\frac{2x+1}{3x-2} = 0$.

$\frac{2}{3}$ est la valeur interdite. En effet, il faut $3x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{2}{3}$.

Sous cette condition,

$$\frac{2x+1}{3x-2} = 0 \Leftrightarrow 2x+1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

Ainsi, $S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$.

5 $\frac{x^2-9}{3x} = 0$.

0 est la valeur interdite. En effet, il faut $3x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Sous cette condition,

$$\frac{x^2-9}{3x} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3^2 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x-3 = 0 \text{ ou } x+3 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -3.$$

Ainsi, $S = \{3; -3\}$.

6 $(4x^2 - 9) - 2(2x - 3) + x(2x - 3) = 0$

$$\Leftrightarrow (2x-3)(2x+3) - 2(2x-3) + x(2x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-3)[(2x+3) - 2 + x] = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-3)[3x+1] = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x-3 = 0 \text{ ou } 3x+1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = 3 \text{ ou } 3x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ ou } x = -\frac{1}{3}.$$

Ainsi, $S = \left\{ \frac{3}{2}; -\frac{1}{3} \right\}$.

Exercice 4 : (4 points)

1 L'algorithme suivant écrit en Python, permet de calculer les coordonnées du milieu d'un segment.

```
1 xa=float(input("xa="))
2 xb=float(input("xb="))
3 ya=float(input("ya="))
4 yb=float(input("yb="))
```

```
5 xm=(xa+xb)/2
6 ym=(ya+yb)/2
7 print(xm)
8 print(ym)
```

- 2 L'algorithme suivant écrit en Python, permet de calculer la distance entre deux points dans un repère orthonormé.

```
1 import math
2 def D(xa, ya, xb, yb) :
3     d=math.sqrt((xb-xa)**2+(yb-ya)**2)
4     return d
```