Seconde | **Devoir Surveillé n° 2** | Lycée

maths-mde.fr | **Corrigé** | Evariste Galois

Exercice 1 : (5 points)

Les deux parties sont indépendantes.

1 On considère les points $A(-2;1)$, $B(-4;4)$ et $C(0;-2)$.

(a) Les coordonnées du milieu du segment $[AB]$ sont : $\left(\dfrac{-2+(-4)}{2};\dfrac{1+4}{2}\right)$, soit $\left(-3;\dfrac{5}{2}\right)$.

(b) $AB = \sqrt{(-4-(-2))^2+(4-1)^2}$.
$AB = \sqrt{(-2)^2+3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$.

$AC = \sqrt{(0-(-2))^2+(-2-1)^2}$.
$AC = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$.

$CB = \sqrt{(-4-0)^2+(4-(-2))^2}$.
$CB = \sqrt{(-4)^2+6^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.

(c) Selon la question précédente, on a : $AB + AC = BC$.
Donc, les points A, B et C sont bel et bien alignés.

2 On considère les points $D(-2;-1)$, $E(15;-1)$ et $F(11;2\sqrt{13}-1)$.

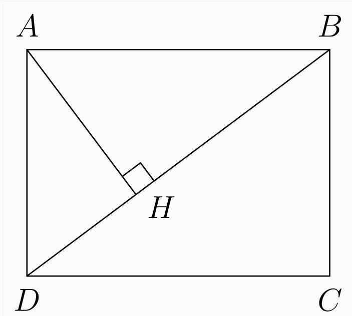
(a) $DE^2 = (15-(-2))^2+(-1-(-1))^2 = 17^2 = 289$.
$DF^2 = (-2-11)^2+(-1-2\sqrt{13}+1)^2 = 13^2+ = 169+52 = 221$.
$EF^2 = (15-11)^2+(-1-2\sqrt{13}+1)^2 = 4^2+12 = 16+52 = 68$.
L'égalité $DE^2 = EF^2+DF^2$ est vérifiée, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle DEF est rectangle en F.

(b) DEF est un triangle rectangle en F, alors : $\tan(\widehat{EDF}) = \dfrac{EF}{FD} = \dfrac{\sqrt{68}}{\sqrt{221}}$.

Par conséquent, $\widehat{EDF} = \arctan\left(\dfrac{\sqrt{68}}{\sqrt{221}}\right) \approx 29^\circ$.

Exercice 2 : (5 points)

Soit $ABCD$ un rectangle tel que $AB = 8$ et $BC = 6$ et H le projeté orthogonal de A sur la diagonale (BD).



1 ABD est un triangle rectangle, alors d'après le théorème de Pythagore : $BD^2 = 8^2+6^2 = 100$.
Ainsi, $BD = 10$.

2 L'aire du triangle BDA est égale à : $\dfrac{AB\times AD}{2} = \dfrac{8\times 6}{2} = 24$.

3 L'aire du triangle BDA est aussi égale à : $\dfrac{BD\times AH}{2}$.
Ainsi, $\dfrac{BD\times AH}{2} = 24 \Leftrightarrow \dfrac{10\times AH}{2} = 24 \Leftrightarrow 5\times AH = 24$.
Par conséquent, $AH = 4{,}8$.

4 L'aire du triangle BDA est égale à : $\dfrac{BD \times AH}{2}$. $(*)$
Or, dans le triangle ABH rectangle H, $\sin(\widehat{ABD}) = \dfrac{AH}{AB}$.
Autrement dit, $AH = AB\sin(\widehat{ABD})$.
En substituant AH par son expression dans $(*)$, on obtient :

$$\frac{1}{2} \times BD \times AB \times \sin(\widehat{ABD}).$$

On déduit alors que,

$$\sin(\widehat{ABD}) = \frac{2 \times 24}{10 \times 8} = \frac{48}{80} = 0{,}6.$$

Par conséquent, $\widehat{ABD} = \arcsin(0{,}6) \approx 37°$.

Exercice 3 : (4 points)

1 Écrire les intervalles suivants à l'aide d'inégalités.

(a) $x \in]-\infty; 2] \Leftrightarrow x \leqslant 2$.

(b) $x \in [-1; 1[\Leftrightarrow -1 \leqslant x < 1$.

(c) $x \in]-21; 16[\Leftrightarrow -21 < x < 16$.

(d) $x \in]-11; +\infty[\Leftrightarrow x > -11$.

2 Écrire les inégalités suivantes à l'aide d'intervalles.

(a) $-1 \leqslant x \leqslant 12 \Leftrightarrow x \in [-1; 12]$.

(b) $10 \geqslant x \Leftrightarrow x \in]-\infty; 10]$.

(c) $x < -2 \Leftrightarrow x \in]-\infty; -2[$.

(d) $2 \geqslant x \geqslant -1 \Leftrightarrow x \in [-1; 2]$.

Exercice 4 : (3 points)

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier les réponses.

1 Cette affirmation est fausse. En effet, $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ mais $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
Autrement dit, $\sqrt{2}$ est un réel qui n'est pas un rationnel.

2 Cette affirmation est fausse. En effet, $\sqrt{3}^3 = 3$ et $3 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$.

3 Soit n un entier naturel. n et $n+1$ sont deux entiers consécutifs.
De plus, $n + (n+1) = 2n+1$ et $2n+1$ est un nombre impair et ce pour tout entier naturel.

4 Soient n et m deux entiers naturels. $2n$ et $2m$ sont deux entiers naturels pairs.
De plus, $2n + 2m = 2(n+m)$ et $2(n+m)$ est un multiple de 2. On dédit alors le résultat.

Exercice 5 : (3 points)

1 L'écriture sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des entiers.

(a) $3\sqrt{20} + 2\sqrt{45} - 6\sqrt{245} = 3\sqrt{4} \times \sqrt{5} + 2\sqrt{9} \times \sqrt{5} - 6\sqrt{49} \times \sqrt{5} = 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 42\sqrt{5} = -30\sqrt{5}$.

(b) $-5\sqrt{28} + 3\sqrt{112} = -5\sqrt{4} \times \sqrt{7} + 3\sqrt{16} \times \sqrt{7} = -10\sqrt{7} + 12\sqrt{7} = 2\sqrt{7}$.

2 L'écriture scientifique :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{3{,}6 \times 10^{-4} \times 6 \times 10^{-2}}{1{,}2 \times 10^{6}} \\
&= \frac{3{,}6 \times 6}{1{,}2} \times \frac{10^{-4} \times 10^{-2}}{10^{6}}. \\
&= 18 \times \frac{10^{-4+(-2)}}{10^{6}} \\
&= 1{,}8 \times 10 \times \frac{10^{-6}}{10^{6}} \\
&= 1{,}8 \times 10 \times 10^{-6-6} \\
&= 1{,}8 \times 10^{-11}.
\end{aligned}$$