Seconde | **Devoir Surveillé n° 2** | Lycée
maths-mde.fr | **Corrigé** | Evariste Galois

Exercice 1 : (3 points)

Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$, on considère les points $A(2;3)$, $B(13;1)$, $C(5;7)$ et $D(4;-1)$.

1 $AC = \sqrt{(5-2))^2 + (7-3)^2}$.
$AC = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$.
Donc le point A appartient au cercle de centre C et de rayon 5.

2 $OB = \sqrt{(13-0))^2 + (1-0)^2}$.
$OB = \sqrt{13^2+1^2} = \sqrt{169+1} = \sqrt{170}$.
$BJ = \sqrt{(13-0))^2 + (1-1)^2}$.
$BJ = \sqrt{13^2+0^2} = \sqrt{169} = \sqrt{169}$.

$OJ \neq BJ$ donc le point B n'appartient pas à la médiatrice du segment $[OJ]$.

3 $JD = \sqrt{(4-0))^2 + (-1-1)^2}$.
$JD = \sqrt{4^2+(-2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$.
$JA = \sqrt{(2-0))^2 + (3-1)^2}$.
$JA = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$.
$AD = \sqrt{(4-2))^2 + (-1-3)^2}$.
$AD = \sqrt{2^2+(-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$.
$AD = JD$, donc le triangle JAD est isocèle en D.

Exercice 2 : (7 points)

On considère un triangle ABC quelconque tel que le point H projeté orthogonal de A appartienne au segment $[BC]$.

1 ABH est un triangle rectangle en H, alors d'après le théorème de Pythagore :
$AB^2 = AH^2 + HB^2$.
Autrement dit, $BH^2 = AB^2 - AH^2$.

2 ACH est un triangle rectangle en H, alors d'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AH^2 + HC^2$.
Autrement dit, $CH^2 = AC^2 - AH^2$.

3 En utilisant la deuxième identité remarquable, on obtient :
$CH^2 = (BC - HB)^2$
$CH^2 = BC^2 + HB^2 - 2 \times BH \times BC$.

4 En soustrayant membre à membre les égalité obtenues dans des questions 1. et 2., on obtient :
$CH^2 - BH^2 = AC^2 - AB^2$.
Et selon la question précédente :
$CH^2 - BH^2 = BC^2 - 2 \times BH \times BC$.
Ainsi,
$AC^2 - AB^2 = BC^2 - 2 \times BH \times BC$.
Par conséquent,

$$BH = \frac{BC^2 + AB^2 - AC^2}{2 \times BC}.$$

5 ABH est un triangle rectangle en H, alors :
$\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{BH}{AB}$.

6 En remplaçant BH par l'expression obtenue dans la question 4., on obtient :

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \times BC \times AB}.$$

$\boxed{7}$ Quand le triangle est rectangle en B, nous avons selon le théorème de Pythagore :
$AB^2 + BC^2 = AC^2$.
Donc, $\cos(\widehat{ABC}) = 0$.

Exercice 3 : (3,5 points)

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier les réponses.

$\boxed{1}$ Tout nombre réel est un nombre rationnel.
Cette affirmation est fausse. En effet, $\sqrt{2}$ est un nombre réel mais n'est pas rationnel.

$\boxed{2}$ 0,5 est un nombre rationnel.
Cette affirmation est vraie. En effet, 0,5 est un nombre décimal et tous les nombres décimaux sont rationnels, $\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$. Par ailleurs, 0,5 peut s'écrire sous la forme $\frac{1}{2}$.

$\boxed{3}$ Le carré d'un nombre irrationnel n'est jamais rationnel.
Cette affirmation est fausse. $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel et $\sqrt{2}^2 = 2$ est un entier et par conséquent un nombre rationnel.

$\boxed{4}$ Il n'existe aucun nombre réel qui ne soit pas un nombre décimal.
Cette affirmation est fausse. $\frac{1}{3}$ est un nombre rationnel mais il n'est pas décimal.

$\boxed{5}$ Le quotient de deux nombres décimaux non nuls est également un nombre décimal.
Cette affirmation est fausse. $\frac{1{,}1}{3}$ n'est pas un nombre décimal.

$\boxed{6}$ L'inverse d'un nombre décimal peut être un nombre entier.
Cette affirmation est vraie. L'inverse de 0,5 est un entier. En effet, $\frac{1}{0{,}5} = 2$.

$\boxed{7}$ Il existe deux nombres rationnels dont la somme est un nombre entier.
Cette affirmation est vraie. En effet, $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$

Exercice 4 : (6,5 points)

$\boxed{1}$ Voici l'écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des entiers naturels.

(a) $4\sqrt{48} + 2\sqrt{27} - 3\sqrt{75} = 4\sqrt{16 \times 3} + 2\sqrt{9 \times 3} - 3\sqrt{25 \times 3} = 16\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 15\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$.

(b) $-\sqrt{98} - 4\sqrt{18} = -\sqrt{49 \times 2} - 4\sqrt{9 \times 2} = -7\sqrt{2} - 12\sqrt{2} = -19\sqrt{2}$.

$\boxed{2}$ Voici l'écriture scientifique des nombres suivants :
$A = 2\ 000\ 000 = 2 \times 10^6$; $B = 0{,}003\ 6 = 3{,}6 \times 10^{-3}$
$C = 10^{-3} \times 0{,}000\ 1^3 \times 10\ 000 \times 10^2 = 10^{-3} \times \left(10^{-4}\right)^3 \times 10^4 \times 10^2 = 10^{-3-12+4+2} = 10^{-9}$.