

Corrigé : Devoir Maison n°6

Exercice 1 : (4 points)

ABCD est un parallélogramme. Les points E et F sont tels que $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}$

1. ABCD est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$. Dès lors,

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE} &= \overrightarrow{DA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \\ &= -\overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}.\end{aligned}$$

2. En utilisant la relation de Chasles, on obtient : $\overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{AD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

3. En utilisant la relation de Chasles, on obtient :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BF} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} \\ &= -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} \\ &= -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \\ &= -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AD}.\end{aligned}$$

4. D'après la question précédente, on a :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BF} &= -\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AD} \\ &= -\frac{4}{3}\left(\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right) \\ &= -\frac{4}{3}\overrightarrow{CE}.\end{aligned}$$

Les deux vecteurs $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{BF}$ sont donc colinéaires. En conséquence, les droites (CE) et (BF) sont parallèles.

Exercice 2 : (4 points)

1. (a) En appliquant la deuxième identité remarquable sur le premier terme et la première identité remarquable sur le troisième terme, on obtient :

$$\begin{aligned}E &= (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 \\ &= x^2 - 2x + 1 + x^2 + x^2 + 2x + 1 \\ &= 3x^2 + 2.\end{aligned}$$

- (b) Déterminer trois nombres entiers positifs consécutifs dont la somme des carrés est 4 802 revient à résoudre l'équation $3x^2 + 2 = 4\,802$. Ainsi,

$$\begin{aligned}3x^2 &= 4\,800 \Leftrightarrow x^2 = 1\,600 \\ &\Leftrightarrow x = \sqrt{1\,600} \text{ ou } x = -\sqrt{1\,600} \\ &\Leftrightarrow x = 40 \text{ ou } x = -40.\end{aligned}$$

En conséquence, les trois entiers consécutifs 39; 40 et 41 vérifient l'égalité $E = 4\,802$.

Exercice 2 : (suite)

2. (a) Pour tout réel x , on a :

$$\begin{aligned} G &= 4x^2 - 100 \\ &= 4(x^2 - 25) \\ &= 4(x - 5)(x + 5). \end{aligned}$$

(b) Déterminer un nombre positif dont le carré du double est égal à 100 revient à résoudre l'équation : $G = 0$.

Il s'agit donc d'une équation produit nul.

Un produit est nul c'est au moins l'un de ses facteurs est nul.

Ainsi, $x = -5$ ou bien $x = 5$.

Or le nombre recherché est positif, donc $x = 5$.



Bon courage !