

Devoir Maison n°5

Exercice 1 : (6 points)

Dans le cadre d'un dépistage de diabète, un laboratoire d'analyse étudie le taux de glycémie d'une patiente après un repas. L'expérience montre que le taux de glycémie en fonction du temps (en heures) durant les trois heures après le repas suit la fonction f définie par

$$f(t) = 0,14t^3 - 1,02t^2 + 1,6t + 1.$$

1. Au moment du repas, autrement dit lorsque $t = 0$, le taux de glycémie est égal à 1. En effet, $f(0) = 1$.
2. Développement :

$$\begin{aligned} (0,7t - 1,6)(0,2t - 1) &= 0,14t^2 - 0,7t - 0,32t + 1,6 \\ &= 0,14t^2 - 1,02t + 1,6. \end{aligned}$$

3. Le taux de glycémie revient au taux de départ lorsque $f(t) = 1$. Résolvons cette équation.

$$\begin{aligned} f(t) = 1 &\Leftrightarrow 0,14t^3 - 1,02t^2 + 1,6t + 1 = 1 \\ &\Leftrightarrow 0,14t^3 - 1,02t^2 + 1,6t = 0 \\ &\Leftrightarrow t(0,14t - 1,02t + 1,6) = 0 \\ &\Leftrightarrow t(0,7t - 1,6)(0,2t - 1) = 0, \text{ d'après la question précédente.} \end{aligned}$$

Il s'agit donc d'une équation produit nul. Or, un produit est nul si au moins l'un de ses facteurs est nul. Autrement dit, $t = 0$ ou $0,7t - 1,6 = 0$ ou $0,2t - 1 = 0$. Soit, $t = 0$ ou $t = \frac{1,6}{0,7}$ ou $t = \frac{1}{0,2}$.

Par ailleurs, le taux de glycémie se régularise durant les trois heures après le repas, en conséquence le taux atteindra à nouveau la valeur 1 au bout $\frac{16}{7}$ heures, selon ce modèle. Soit au bout d'environ un peu plus de 2h17min.

Exercice 2 : (4 points)

Soit ABC un triangle. P et R sont deux points tels que $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BR} = -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

1. On a :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BR} &= -\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \\ &= -2\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\right), \text{ par factorisation} \\ &= -2\overrightarrow{AP}, \text{ car } \overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}. \end{aligned}$$

2. D'après la question précédente les deux vecteurs \overrightarrow{BR} et \overrightarrow{AP} sont colinéaires, en conséquence les deux droites (AP) et (BR) sont parallèles.

