

Corrigé : Devoir Maison n°5

Exercice 1 : (4 points)

1. (a) Si $ABCD$ est un parallélogramme de centre O , alors ses deux diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en leur milieu O .
Autrement dit, $\vec{OB} + \vec{OD} = \vec{0}$ et $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{0}$.
Par conséquent, $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$.
- (b) Pour tout point M , en utilisant la relation de Chasles, on obtient :

$$\begin{aligned} \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} &= \vec{MO} + \vec{OA} + \vec{MO} + \vec{OB} + \vec{MO} + \vec{OC} + \vec{MO} + \vec{OD} \\ &= \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + 4\vec{MO} \\ &= 4\vec{MO}. \end{aligned}$$

2. Dire que I est le milieu de $[AD]$ revient à dire que $\vec{DI} = \frac{1}{2}\vec{DA}$.

- (a) On sait que $\vec{OI} = \vec{OD} + \vec{DI}$, alors :

$$\begin{aligned} \vec{OI} &= \vec{OD} + \vec{DI} \\ &= \frac{1}{2}\vec{BD} + \frac{1}{2}\vec{DA} \quad (\text{car, } O \text{ est le milieu } [BD]) \\ &= \frac{1}{2}\vec{BA}. \quad (\text{d'après la relation de Chasles}) \end{aligned}$$

- (b) D'après la question précédente les deux vecteurs \vec{OI} et \vec{AB} sont colinéaires, autrement dit les droites (OI) et (AB) sont parallèles.

Exercice 2 : (4 points)

Pour une sortie scolaire, les élèves sont repartis par groupes d'exactly 5 élèves. Il doit y avoir au minimum 6 groupes d'élèves.

Quatre professeurs accompagnent les élèves. Dans un car, on peut placer au maximum 48 personnes (en plus du chauffeur). On note n le nombre de groupes d'élèves.

- n est un entier naturel.
- C'est cette inéquation $5n + 4 \leq 48$ qui modélise cette situation. En effet, il y a n groupes de 5 élèves, autrement dit $5n$ élèves en plus des 4 professeurs sans compter le professeur. L'ensemble des personnes ne doit pas excéder 48 le nombre maximum d'individus pouvant monter dans le car.
- En résolvant cette inéquation $5n + 4 \leq 48$, on obtient $n \leq 8,8$.

En effet, $5n + 4 - 4 \leq 48 - 4 \Leftrightarrow 5n \leq 44 \Leftrightarrow n \leq \frac{44}{5}$.

Or, il doit y avoir au minimum 6 groupes de 5 élèves, ainsi $n = 6$, ou $n = 7$ ou $n = 8$.

Par conséquent, il peut y avoir potentiellement $6 \times 5 = 30$, $7 \times 5 = 35$ ou $8 \times 5 = 40$ élèves dans cette sortie scolaire.

Exercice 3 : (2 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par,

$$f(x) = |2x - 3| - |4x - 1|.$$

$$f(0) = |2 \times 0 - 3| - |4 \times 0 - 1| = |-3| - |-1| = 3 - 1 = 2.$$

$$f(-2) = |2 \times (-2) - 3| - |4 \times (-2) - 1| = |-4 - 3| - |-8 - 1| = 7 - 9 = -2.$$

