Corrigé : Devoir Maison n°4

Exercice 1 : (5 points)

Soient les points A(2 ; 3), B(13 ; 1), C(5 ; 7) et J(0 ; 1).

1. Calculons AC.

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5. \end{aligned}$$

   Ainsi, le point A appartient bel et bien au cercle de centre C et de rayon 5.

2. Calculons BO et BJ. D'une part,

$$\begin{aligned} OB &= \sqrt{(x_B - x_O)^2 + (y_B - y_O)^2} \\ &= \sqrt{(13-O)^2 + (1-0)^2} \\ &= \sqrt{13^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{169+1} \\ &= \sqrt{170}. \end{aligned}$$

   D'autre part,

$$\begin{aligned} JB &= \sqrt{(x_B - x_J)^2 + (y_B - y_J)^2} \\ &= \sqrt{(13-O)^2 + (1-1)^2} \\ &= \sqrt{13^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{169} \\ &= 13. \end{aligned}$$

   Ainsi, $BO \neq BJ$. Autrement dit, le point B n'appartient pas à la médiatrice de [OJ].

3. Calculons AB et BC.

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(13-2)^2 + (1-3)^2} \\ &= \sqrt{11^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{121+4} \\ &= \sqrt{125} \\ &= 5\sqrt{5}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CB &= \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} \\ &= \sqrt{(13-5)^2 + (1-7)^2} \\ &= \sqrt{8^2 + (-6)^2} \\ &= \sqrt{64+36} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10. \end{aligned}$$

   On constate que, $BC^2 + AC^2 = AB^2$. Ainsi, d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en C.

Exercice 1 : (suite)

4. Soit R(4 ; −1). Calculons AJ, AR et JR.

$$\begin{aligned}
AJ &= \sqrt{(x_J - x_A)^2 + (y_J - y_A)^2} \\
&= \sqrt{(0-2)^2 + (1-3)^2} \\
&= \sqrt{(-2)^2 + 2^2} \\
&= \sqrt{4+4} \\
&= 2\sqrt{2}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
AR &= \sqrt{(x_R - x_A)^2 + (y_R - y_A)^2} \\
&= \sqrt{(4-2)^2 + (-1-3)^2} \\
&= \sqrt{(2)^2 + (-4)^2} \\
&= \sqrt{4+16} \\
&= 2\sqrt{5}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
JR &= \sqrt{(x_R - x_J)^2 + (y_R - y_J)^2} \\
&= \sqrt{(4-0)^2 + (-1-1)^2} \\
&= \sqrt{4^2 + (-2)^2} \\
&= \sqrt{16+4} \\
&= 2\sqrt{5}.
\end{aligned}$$

On constate que : $JR = AR$. Ainsi, JAR est un triangle isocèle en J.

Exercice 2 : (5 points)

L'entrée à la piscine municipale coûte 10 €. La régie municipale propose une carte d'abonnement à 50 € l'année et l'entrée ne coûte alors plus que 5 €.

1. Avec l'abonnement, 15 entrées à la piscine municipale coûte 125 €.
   En effet, $5 \times 15 + 5 = 75 + 50 = 125$.
   Sans abonnement, 15 entrées à la piscine municipale coûte 150 €.
   En effet, $10 \times 15 = 150$.
2. On suppose que Jack s'abonne à la piscine et on appelle x le nombre de fois où Jack ira à la piscine cette année.
   (a) Le coût total de l'année pour Jack est donné par l'expression : $5x + 50$.
   (b) Le coût moyen d'une entrée à la piscine est donné par l'expression : $\dfrac{5x+50}{x}$.
   (c) Résolvons l'équation suivante, correspondant à un coût moyen de 7 €, $\dfrac{5x+50}{x} = 7$.
   0 est la valeur interdite car $x \neq 0$. Sous cette condition,

$$\begin{aligned}
\frac{5x+50}{x} = 7 &\Leftrightarrow 5x + 50 = 7x \\
&\Leftrightarrow 2x = 50 \\
&\Leftrightarrow x = 25.
\end{aligned}$$

Jack devra y aller à la piscine 25 pour atteindre ce coût moyen..+