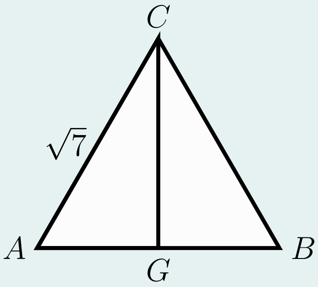
Devoir Maison n°2

Exercice 1 : (5 points)

On considère un triangle ABC équilatéral de côté $\sqrt{7}$ cm. Donner les résultats sous la forme $a\sqrt{b}$, où a est un réel et b est un entier naturel. b doit être le plus petit possible.



1. Calculer son périmètre.
2. Calculer la longueur de la hauteur CG.
3. Calculer son aire.

Exercice 2 : (5 points)

On considère un rectangle $ABCD$ tel que $AD = 4$ cm et $AB = 7$ cm.

1. Calculer la longueur exacte de la diagonale $[AC]$.
2. Soit E sur $[AD]$ tel que $ED = 1$ cm. La parallèle à (AC) passant par E coupe [CD] en I. Calculer DI.
3. Déterminer la mesure en degré de l'angle $\widehat{DAC}$. Arrondir au dixième.

Exercice 3 : Facultatif ! Vous pouvez ne pas le faire.

On appelle « nombre d'or » le nombre $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

1. Montrer que $\phi^2 = \phi + 1$.
2. Supposons que $\phi = \dfrac{p}{q}$ avec p et q des entiers, cette fraction est irréductible.
   (a) Montrer que $p^2 = q^2 + pq$.
   (b) Si p et q sont impairs, quelle est la parité de p^2 ? celle de $q^2 + pq$?
   (c) Si p est pair et q est impair, quelle est la parité de p^2 ? celle de $q^2 + pq$?
   (d) Que se passe-t-il si p est impair et q est pair ?
   (e) Il ne reste donc que le cas où p et q sont pairs tous les deux. Pourquoi est-ce impossible ?
   (f) Conclure sur la nature de ϕ.