

Corrigé : Devoir Maison n°1

Exercice 1 : (3 points)

1.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\frac{3}{2} - \frac{2}{5}}{\frac{4}{4} - \frac{5}{12}} \\
 &= \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{5} \right) \div \left(\frac{7}{4} - \frac{5}{12} \right) \\
 &= \left(\frac{3 \times 5}{2 \times 5} - \frac{2 \times 2}{5 \times 2} \right) \div \left(\frac{7 \times 3}{4 \times 3} - \frac{5}{12} \right) \\
 &= \left(\frac{15}{10} - \frac{4}{10} \right) \div \left(\frac{21}{12} - \frac{5}{12} \right) \\
 &= \frac{11}{10} \div \frac{16}{12} \\
 &= \frac{11}{10} \times \frac{12}{16} \\
 &= \frac{11}{10} \times \frac{3}{4} \\
 &= \frac{33}{40}.
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 B &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}} \\
 &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{4}{2} + \frac{1}{2}}}}} \\
 &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{5}{2}}}}} \\
 &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{5}{2}}}} \\
 &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{5}{2}}}
 \end{aligned}$$

Exercice 1 : (suite)

$$\begin{aligned} B &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{29}{12}}} \\ &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{12}{29}} \\ &= 1 + \frac{29}{70} \\ &= \frac{99}{70}. \end{aligned}$$

Exercice 2 : (3 points)

- 2 est un nombre premier et $2 \times 2 + 1 = 5$ est le premier des nombres premiers de Sara inférieur à 50.
3 est un nombre premier et $2 \times 3 + 1 = 7$ est le deuxième des nombres premiers de Sara, inférieur à 50.
5 est un nombre premier et $2 \times 5 + 1 = 11$ est le troisième des nombres premiers de Sara, inférieur à 50.
7 est un nombre premier et $2 \times 7 + 1 = 15$ n'est pas un nombre premier.
11 est un nombre premier et $2 \times 11 + 1 = 23$ est le quatrième des nombres premiers de Sara, inférieur à 50.
13 est un nombre premier et $2 \times 13 + 1 = 27$ n'est pas un nombre premier.
17 est un nombre premier et $2 \times 17 + 1 = 35$ n'est pas un nombre premier.
19 est un nombre premier et $2 \times 19 + 1 = 40$ n'est pas un nombre premier.
23 est un nombre premier et $2 \times 23 + 1 = 47$ est un nombre premier de Sara, inférieur à 50.
- Si n est un entier pair alors il existe un entier p tel que $n = 2p$. Dès lors,

$$A = n^2(n + 10) = (2p)^2(2p + 10) = 4p^2[2(p + 5)] = 8p^2(p + 5).$$

On déduit alors que A est bel et bien un multiple de 8.

- Soit x la longueur d'un côté du carré initial.
On sait que si l'on augmente de 2 cm le côté du carré initial, son aire augmente de 8 cm², Autrement dit, $(x + 2)^2 = x^2 + 8$. Résolvons cette équation.

$$\begin{aligned} (x + 2)^2 = x^2 + 8 &\Leftrightarrow x^2 + 2x + 4 = x^2 + 8 \\ &\Leftrightarrow \cancel{x^2} + 4x + 4 - \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 8 - \cancel{x^2} \\ &\Leftrightarrow 4x + 4 - 4 = 8 - 4 \\ &\Leftrightarrow 4x = 4 \\ &\Leftrightarrow x = \frac{4}{4}. \end{aligned}$$

Ainsi, 1 cm est la mesure d'un côté du carré initial.

Exercice 3 : (4 points)

Développement et réduction.

- $A = -2x(3x - 4) = -6x^2 + 8x.$
- $B = (x + 1)(-x + 3) = -x^2 + 3x - x + 3 = -x^2 + 2x + 3.$
- $C = (3x - 3)^2 - 9 + 18x = 9x^2 - 18x + 9 - 9 + 18x = 9x^2.$
- $D = (3x - 1)(3x + 2) - 7x(x - 1) = 9x^2 + 6x - 3x - 2 - 7x^2 + 7x = 2x^2 + 10x - 2.$