

Devoir Maison n°1

Exercice 1 : (3 points)

1.

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\left(1 - \frac{1}{5}\right) \left(1 - \frac{2}{5}\right) \left(1 - \frac{3}{5}\right) \left(1 - \frac{4}{5}\right) \left(1 - \frac{5}{5}\right)}{3} \\
 &= \frac{\left(1 - \frac{1}{5}\right) \left(1 - \frac{2}{5}\right) \left(1 - \frac{3}{5}\right) \left(1 - \frac{4}{5}\right) \left(\frac{5}{5} - \frac{5}{5}\right)}{3} \\
 &= \frac{\left(1 - \frac{1}{5}\right) \left(1 - \frac{2}{5}\right) \left(1 - \frac{3}{5}\right) \left(1 - \frac{4}{5}\right) \times 0}{3} \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{12}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5 + \frac{4}{3 + \frac{2}{1 + 1}}}}} \\
 &= \frac{12}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5 + \frac{2}{3 + \frac{2}{2}}}}} \\
 &= \frac{12}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5 + \frac{4}{3 + 1}}}} \\
 &= \frac{12}{9 + \frac{8}{7 + \frac{6}{5 + 1}}} \\
 &= \frac{12}{9 + \frac{8}{7 + 1}} \\
 &= \frac{12}{9 + 1} \\
 &= \frac{12}{10} \\
 &= \frac{6}{5}.
 \end{aligned}$$

Exercice 2 : (5 points)

1. Chaque entier relatif « n » est un rationnel, car on peut l'écrire sous la forme $\frac{n}{1}$.
2. Un nombre décimal est un réel. En effet, $\mathbb{D} \subset \mathbb{R}$.
3. Un entier est un nombre décimal. En effet, $\mathbb{N} \subset \mathbb{D}$.
4. Un nombre réel n'est pas forcément un nombre rationnel. En effet, $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ mais $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
5. Un rationnel n'est pas forcément un nombre décimal. En effet, $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ mais $\frac{1}{3} \notin \mathbb{D}$.

Exercice 3 : (3 points)

Un nombre de Mersenne est un nombre de la forme $2^n - 1$ où n est un entier positif. Ces nombres doivent leur nom au moins français Marin Mersenne au XVII^e siècle.

1. $2^2 - 1 = 3$; $2^3 - 1 = 7$; $2^5 - 1 = 31$ et $2^7 - 1 = 127$.
2. Les nombres 3, 7, 31 et 127 sont premiers car chacun d'entre eux est divisible uniquement par 1 et par lui-même.
3. Les nombres de Mersenne avec n premier ne sont pas tous premiers. En effet, $2^{11} - 1 = 2047$ et $2047 = 23 \times 89$.

Exercice 4 : (3 points)

Deux voitures font des tours sur un circuit fermé. Elles partent toutes les deux à midi de la ligne de départ. L'une parcourt le circuit en 30 minutes, l'autre en 36 minutes.

30 ; 60 ; 90 ; 120 ; 150 ; 180 et 210 sont les premiers multiples de 30.

36 ; 72 ; 108 ; 144 et 180 sont les premiers multiples de 36.

Donc, 180 est le plus petit commun multiple. Autrement dit, les deux voitures repasseront en même temps la ligne de départ, 180 minutes plus tard, soit à 15h.

La première voiture va alors effectuer 6 tours et la seconde 5 tours.

Exercice 5 : (4 points)

1. $A = -2x(-3x + 4) = -2x \times (-3x) + (-2x) \times 4 = 6x^2 - 8x$.
2. $B = (x + 1)(-x + 3) = -x^2 + 3x - x + 3 = -x^2 + 2x + 3$.
3. $C = (3x - 3)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 3 + 3^2 = 9x^2 - 18x + 9$.
4. $D = (3x - 1)(3x + 2) - 7x(x + 1) = 9x^2 + 6x - 3x - 2 - 7x^2 - 7x = 2x^2 - 4x - 2$.

